Thermodynamique et RSF
Correction

Exercice 1 – Calorimétrie adiabatique

1. Le premier principe s'écrit alors

$$\boxed{\Delta U = W + Q.}$$

Un transfert thermique est un transfert d'énergie qui se fait sans l'action d'une force macroscopique, contrairement au travail.

2. Pour une transformation quasi-statique isobare, le travail des forces de pression s'écrit

$$W = -P\Delta V = -\Delta(PV).$$

Le premier principe s'écrit alors

$$\Delta U = -\Delta(PV) + Q, \quad \text{d'où} \quad \Delta(\underbrace{U + PV}_{H}) = Q.$$

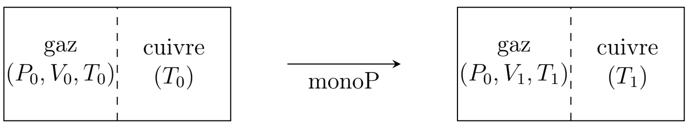
On retrouve donc l'expression du premier principe sur l'enthalpie

$$\boxed{\Delta H = Q.}$$

3. Avec la relation de Mayer, on retrouve

$$\boxed{C_{\text{v,m}} = \frac{R}{\gamma - 1}} \quad \text{et} \quad \boxed{C_{\text{p,m}} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}.}$$

4. On considère le système {gaz + cuivre} qui subit la transformation



avec $V_1 = 0{,}95V_0$.
Puisque les pressions initiales et finales sont égales, on a en appliquant la loi des GP au gaz

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_0}{V_0}, \quad \text{d'où} \quad \boxed{T_1 = \frac{V_1}{V_0}T_0 = 0{,}95T_0.}$$

A.N. : $T_1 = 12\,°\text{C}$.
Rq : l'hypothèse monoP suffit pour la suite de l'exercice, mais on peut raisonnablement supposer que la transformation est QS et isoP.

5. Par additivité de l'enthalpie, on a

$$\boxed{\Delta H = \left(\frac{n\gamma R}{\gamma - 1} + mc\right)(T_1 - T_0) = C'\Delta T,} \quad \text{avec} \quad C' = \frac{n\gamma R}{\gamma - 1} + mc.$$

6. La transformation est au moins monoP avec équilibre mécanique à l'E.I. et l'E.F., d'où, en appliquant le premier principe sur l'enthalpie

$$\boxed{\Delta H = Q.}$$

A.N. : $Q = -1{,}99\,\mathrm{kJ} < 0$: le système a cédé de l'énergie sous la forme d'un transfert thermique à l'extérieur.

7. On a

$$\Delta U = C\Delta T \quad \text{avec} \quad C = \frac{nR}{\gamma - 1} + mc.$$

A.N. : $\Delta U = -1{,}87\,\mathrm{kJ}$.
Avec le premier principe, on a

$$\Delta U - \Delta H = W,$$

où W est le travail des forces de pression.
D'après ce qui précède,

$$\delta U - \Delta H = -nR\Delta T.$$

D'autre part, pour une transformation monoP

$$W = -P_0(V_1 - V_0) = -nR(T_1 - T_0).$$

On retrouve bien

$$\boxed{\Delta U - \Delta H = W.}$$

Exercice 2 – Résonance du circuit RLC parallèle

1. On a

$$\boxed{\underline{Z}_R = R, \quad \underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega} \quad \text{et} \quad \underline{Z}_L = jL\omega.}$$

2. En BF :
   - la bobine est équivalente à un fil ;
   - le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert.

   En HF :
   - le condensateur est équivalent à un fil ;
   - la bobine est équivalente à un interrupteur ouvert.
3. Le circuit devient

BF HF

On a donc

$$u(t) \underset{\text{BF}}{\rightarrow} 0, \quad i_C(t) \underset{\text{BF}}{\rightarrow} 0, \quad u(t) \underset{\text{HF}}{\rightarrow} 0 \quad \text{et} \quad i_C(t) \underset{\text{HF}}{\rightarrow} i(t).$$

4. On a (...)

$$\boxed{\underline{Z}_{\text{éq}} = \frac{jL\omega}{1 + j\frac{L}{R}\omega - LC\omega^2}.}$$

5. Par définition

$$\underline{u}(t) = \underline{Z}_{\text{éq}}\underline{i}(t), \quad \text{d'où} \quad \boxed{\underline{u}(t) = \frac{jL\omega}{1 + j\frac{L}{R}\omega - LC\omega^2}\underline{i}(t).}$$

6. En divisant au numérateur et au dénominateur par $j\frac{L}{R}\omega$, on obtient

$$\underline{u}(t) = \frac{R\underline{i}(t)}{1 - j\frac{R}{L\omega} + jRC\omega} = \frac{R\underline{i}(t)}{1 + jR\sqrt{\frac{C}{L}}\left(\sqrt{LC}\omega - \frac{1}{\sqrt{LC}\omega}\right)} = \frac{A\underline{i}(t)}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)},$$

avec $x = \omega/\omega_0$. On identifie :

$$A = R, \quad Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

7. On en déduit

$$\boxed{U_m = \frac{RI_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}.}$$

8. Cf. Fig. 1.

9. L'amplitude U_m est maximale si $x = 1$, soit pour $\omega = \omega_0$. Il s'agit de la pulsation de résonance

$$\omega_r = \omega_0.$$

10. Les pulsations de coupure sont les valeurs ω_c de ω pour lesquelles

$$U_m(\omega_c) = \frac{RI_0}{\sqrt{2}}.$$

La bande passante est la plage de fréquence sur laquelle

$$U_m(\omega) \geqslant \frac{RI_0}{\sqrt{2}}.$$

11. Cf. TD E4 Ex. 9.

$$\boxed{\omega_{c1} = \omega_0\left(\sqrt{1+\frac{1}{4Q^2}} - \frac{1}{2Q}\right) \quad \text{et} \quad \omega_{c2} = \omega_0\left(\sqrt{1+\frac{1}{4Q^2}} + \frac{1}{2Q}\right).}$$

12. On en déduit

$$\boxed{\Delta\omega = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{\omega_0}{Q}.}$$

13. On a

$$\arg\left(1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)\right) \underset{\text{BF}}{\longrightarrow} \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \arg\left(1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)\right) \underset{\text{BF}}{\longrightarrow} -\frac{\pi}{2}.$$

De plus, pour $x = 1$, $\arg 1 = 0$.

14. Cf. Fig. 1.

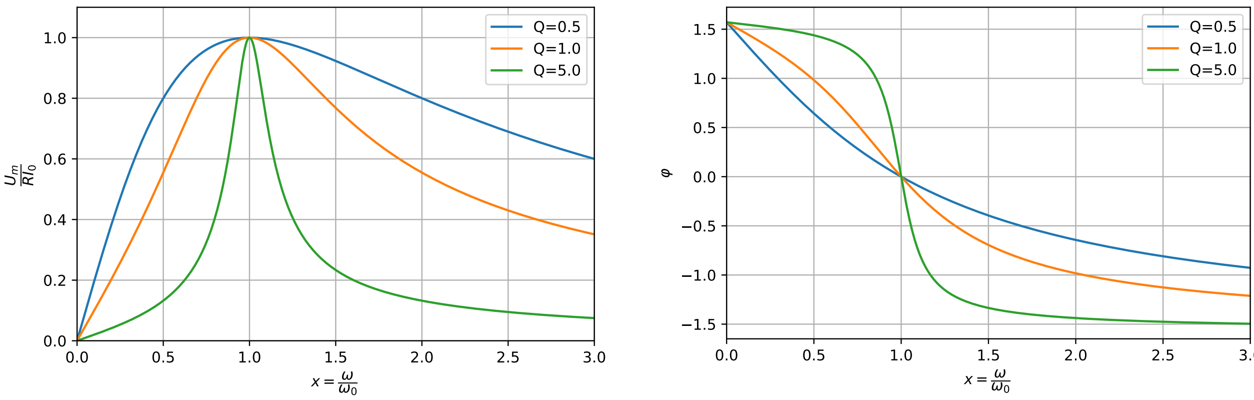


FIGURE 1 – Amplitude et phase de la tension $u(t)$ au voisinage de la résonance.