TP22 – Pendule pesant

Jusqu'à présent, le mouvement des systèmes considérés en mécanique s'est toujours ramené à la description du mouvement de leur centre de masse. Certains phénomènes ne peuvent toutefois s'expliquer qu'en tenant compte du mouvement des autres points du système : les effets de marée et les effets (spin) au tennis en sont des exemples. Dans ce TP on s'intéresse au mouvement d'un pendule pesant et l'on cherche à mesurer son moment d'inertie.

Objectifs

- → Utiliser une balance de précision.
- → Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période.
- → Mettre en œuvre un accéléromètre, par exemple avec l'aide d'un microcontrôleur.
- → **Réaliser l'étude énergétique d'un pendule pesant et mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.**

Étude préliminaire

✍ **1.** On considère le pendule pesant décrit dans le Doc 2. En utilisant le théorème d'Huygens, montrer que le moment d'inertie J du pendule pesant s'écrit

$$J = J_{Oz} = m\left(r^2 + \frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right) + m_t\left(r_t^2 + \frac{R_t^2}{4} + \frac{h_t^2}{12}\right).$$

✍ **2.** Montrer que l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ s'écrit

$$J\ddot{\theta} + (mr + m_t r_t)g\sin\theta = 0.$$

En déduire la période T des oscillations dans le cadre de l'approximation des petits angles.

✍ **3.** Montrer que, dans le cas où $m_t \ll m$ et si les dimensions de la masselotte sont faibles (devant quoi ?), on retrouve la période du pendule simple.

✍ **4.** Ouvrir l'expérience « Gyroscope (vitesse angulaire) » de Phyphox et déterminer l'orientation des trois axes de la centrale inertielle du smartphone. Les représenter sur un schéma. Comparer les résultats obtenus à ceux du TP10 – Loi de Hooke.

✍ **5.** Préparer un programme Python en vue de l'exploitation des résultats des mesures à réaliser lors du TP. En particulier : écrire les fonctions `moment_inertie(m, R, h, r, mt, Rt, ht, rt)` et `moment_inertie_periode(m, r, mt, rt, T)` qui renvoient le moment d'inertie du pendule pesant en fonction des paramètres mesurables.

Mesure du moment d'inertie et étude énergétique

APP ANA REA VAL COM **6.** Proposer et mettre en œuvre deux protocoles permettant de mesurer le moment d'inertie du pendule pesant. Un comparaison quantitative entre les deux mesures est attendue.

✍ **7.** Exprimer les énergies cinétique $\mathcal{E}_\mathrm{c}$ et potentielle $\mathcal{E}_\mathrm{p}$ du pendule pesant. En déduire que son énergie mécanique $\mathcal{E}_\mathrm{m}$ s'écrit

$$\mathcal{E}_\mathrm{m} = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + (mr + m_t r_t)g(1-\cos\theta).$$

APP ANA REA VAL COM **8.** Proposer et mettre en œuvre un protocole permettant d'étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique au cours du temps.

Documents

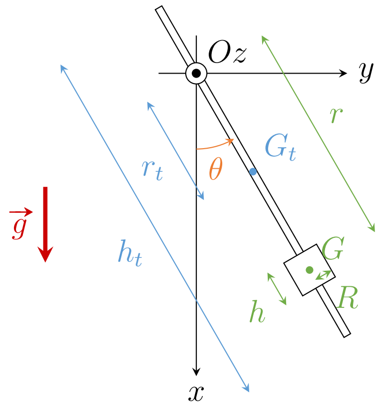
Document 1 – Matériel

- pendule pesant ;
- balance ;
- mètre à ruban et pied à coulisse ;
- smartphone (le vôtre !) + Phyphox ;
- ordinateur + Python ;
- élastiques.

Document 2 – Moment d'inertie du pendule pesant : théorème de Huygens

Le pendule pesant utilisé en TP est formé de deux cylindres : une tige de masse m_t, de rayon R_t et de hauteur h_t ; une masselotte de masse m, de rayon R et de hauteur h.

La tige est accrochée à une liaison pivot d'axe (Oz). On peut ajuster les distances $r_t = OG_t$ et $r = OG$ entre l'axe de rotation et le centre de gravité de chaque cylindre. On note J le moment d'inertie du solide formé par les deux cylindres.



Théorème de Huygens

Le moment d'inertie J_{Oz} d'un solide de centre de gravité G et de masse m par rapport à l'axe (Oz) s'exprime en fonction de son moment d'inertie J_{Gz} par rapport à l'axe (Gz), de même direction que (Oz) mais passant par le centre de gravité du solide :

$$J_{Oz} = J_{Gz} + mOG^2.$$

Document 3 – Moment d'inertie de solides usuels

On donne les moments d'inertie de quelques solides homogènes et pleins, avec m la masse du solide.

Tige	**Cylindre**		**Pavé droit**
J_{Gz}	$J_{Gx} = J_{Gy}$	J_{Gz}	J_{Gy}
$m\dfrac{h^2}{12}$	$m\left(\dfrac{R^2}{4} + \dfrac{h^2}{12}\right)$	$\dfrac{1}{2}mR^2$	$m\dfrac{(a^2+b^2)}{12}$