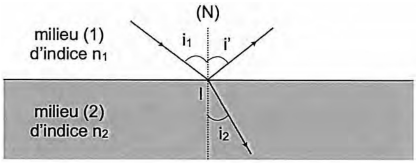
# CCB – Physique

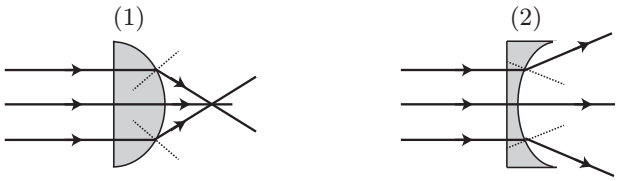
## Exercice 1 – Escale à Fort Boyard

**1.** Selon les lois de Snell-Descartes,




- le rayon réfracté appartient au plan d'incidence, défini par le rayon incident et la normale (N) au dioptre ;
- $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

**2.** Les rayons ne sont pas déviés au dioptre air/verre car ils arrivent en incidence normale : $i_1 = 0$ donc $i_2 = 0$ d'après la loi de Snell-Descartes. Au dioptre verre/air, l'angle de réfraction est plus grand que l'angle d'incidence car l'indice de l'air est plus faible que celui du verre (on suppose qu'il n'y a pas de réflexion totale sur ce second dioptre). Les normales au dioptre sont représentées en pointillés sur la figure ci-dessous :




**3.** La lentille plan convexe (1) fait converger les rayons, **elle est donc convergente**. La lentille plan concave (2) fait diverger les rayons, **elle est donc divergente**.

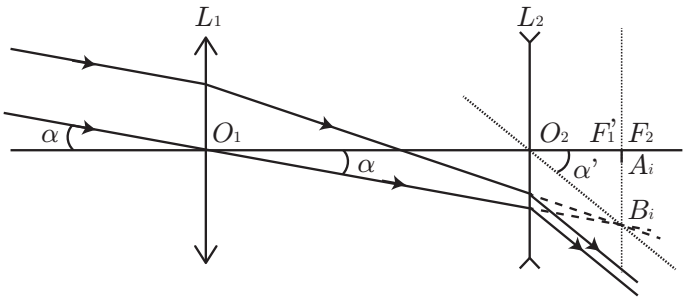
**4.** Pour que la lunette donne d'un objet à l'infini une image à l'infini, il faut que le foyer principal image de la lentille convergente et le foyer principal objet de la lentille divergente soient confondus : $\boxed{F_1' \equiv F_2}$. L'encombrement s'écrit alors

$$\ell = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_2O_2}$$

Comme $\overline{O_1F_1'} = f_1'$ et $\overline{F_2O_2} = \overline{O_2F_2'} = f_2'$, il vient

$$\boxed{\ell = f_1' + f_2' = f_1' - |f_2'|}$$

**5.** Les rayons incidents semblent converger vers un même foyer secondaire image situé dans le plan focal image de $(L_1)$ (et donc dans le plan focal objet de $(L_2)$). On poursuit leur trajet à travers la lentille divergente $(L_2)$ en utilisant un rayon auxiliaire passant par ce même foyer secondaire et $O_2$. Ce rayon auxiliaire n'est pas dévié par $(L_2)$. Les deux autres rayons sont parallèles à ce rayon auxiliaire puisque l'image finale est à l'infini.



**6.** En utilisant le tracé de rayons précédent, on constate qu'en sortie de lunette, les rayons sont dirigés vers le bas, comme les rayons incidents. L'image observée avec les jumelles est donc dans le même sens que l'image observée sans les jumelles : **l'image est droite**.

**7.** Notons $\mathrm{A_iB_i}$ l'image intermédiaire formée dans le plan focal image de $(\mathrm{L_1})$. À l'aide du tracé de rayons ci-dessus, on peut écrire dans le triangle rectangle $\mathrm{O_2A_iB_i}$

$$\tan\alpha' = \frac{\mathrm{A_iB_i}}{\mathrm{O_2A_i}} = \frac{\mathrm{A_iB_i}}{|f_2'|}$$

De même dans le triangle rectangle $\mathrm{O_1A_iB_i}$,

$$\tan\alpha = \frac{\mathrm{A_iB_i}}{\mathrm{O_1A_i}} = \frac{\mathrm{A_iB_i}}{f_1'}$$

Dans les conditions de Gauss, on peut écrire $\tan\alpha' \simeq \alpha'$ et $\tan\alpha \simeq \alpha$ (angles petits). De fait, le grossissement $G = \alpha'/\alpha$ de la lunette peut s'écrire

$$\boxed{G = \frac{\mathrm{A_iB_i}/|f_2'|}{\mathrm{A_iB_i}/f_1'} = \frac{f_1'}{|f_2'|}}$$

**8.** Avec $G = f_1'/|f_2'| = 20$ et $\ell = f_1' - |f_2'| = 25$ cm, il vient le système suivant :

$$\begin{cases} f_1' & = 20|f_2'| \\ f_1' - |f_2'| & = 25 \end{cases}$$

En combinant les deux équations, $19|f_2'| = 25$ soit

$$\boxed{f_2' = -\frac{25}{19} = -1,3 \text{ cm} \qquad \text{puis} \qquad f_1' = 20|f_2'| = 26 \text{ cm}}$$

**9.** Par des considérations trigonométriques, $\tan\alpha = h/d$ d'où

$$\boxed{\alpha = \arctan\left(\frac{h}{d}\right) = 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}$$

Puis, en appliquant le grossissement de la lunette, $\boxed{\alpha' = G\alpha = 1,3 \cdot 10^{-1} \text{ rad}}$. On vérifie que les angles restent raisonnablement petits, conformément à l'hypothèse utilisée plus haut.

**16.** Le mouvement du point M étant circulaire de rayon $\ell_0$, $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \ell_0\vec{u}_r$. Par dérivation,

$$\boxed{\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}}}{\mathrm{d}t} = \ell_0\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta}$$

En dérivant une seconde fois,

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -\ell_0\dot{\theta}^2\,\vec{u}_r + \ell_0\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta}$$

**17.** L'axe OX étant descendant, l'énergie potentielle de pesanteur du point M s'exprime, à une constante additive près, $E_\mathrm{p} = -mgx$. En respectant la convention $E_\mathrm{p}(\theta = \pi/2) = 0$,

$$\boxed{E_\mathrm{p}(\theta) = -mg\ell_0\cos\theta}$$

**18.** Le point M est soumis à son poids et à la tension du fil. Appliquons-lui la 2ème loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen ; en projection selon $\vec{u}_\theta$,

$$m\ell_0\ddot{\theta} = -mg\sin\theta$$

$$\boxed{\ddot{\theta} + {\omega_0}^2\sin\theta = 0 \qquad \text{avec} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell_0}}}$$

**19.** Aux petits angles, l'équation différentielle s'apparente à celle d'un oscillateur harmonique

$$\ddot{\theta} + {\omega_0}^2\theta = 0$$

Sa solution est de la forme $\theta(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$. En exploitant les conditions initiales $\theta(0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = 0$, il vient

$$\boxed{\theta(t) = \theta_0\cos(\omega_0 t)}$$

La période du mouvement s'exprime

$$\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_0}{g}} = 5,3 \text{ s}}$$

**20.** Le moment cinétique du point M par rapport au point O s'exprime

$$\vec{\sigma}_\mathrm{O} = m\,\overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge \vec{v} = m\ell(t)^2\dot{\theta}\,\vec{u}_z$$

Le moment de la tension du fil est nul (bras de levier nul), et celui du poids vaut

$$\vec{\mathcal{M}}_\mathrm{O}(\vec{P}) = \overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge m\vec{g} = mg\ell(t)\vec{u}_r \wedge \vec{u}_x = -mg\ell(t)\sin\theta\,\vec{u}_z$$

Appliquons alors le théorème du moment cinétique au point M, projeté selon $\vec{u}_z$ :

$$\frac{\mathrm{d}[m\ell(t)^2\dot{\theta}]}{\mathrm{d}t} = -mg\ell(t)\sin\theta$$

$$\ell(t)^2\ddot{\theta} + 2\ell(t)\dot{\ell}(t)\dot{\theta} = -g\ell(t)\sin\theta$$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{2\dot{\ell}(t)}{\ell(t)}\dot{\theta} + \frac{g}{\ell(t)}\sin\theta = 0}$$

**21.** Entre les points $\mathrm{M}_{n,1}$ et $\mathrm{M}_{n,2}$, le mobile est soumis à une force conservative (son poids) et à une force ne travaillant pas (la tension du fil) : **son énergie mécanique est donc conservée**. Par définition de l'énergie mécanique,

$$E_\mathrm{c}(\mathrm{M}_{n,1}) + E_\mathrm{p}(\mathrm{M}_{n,1}) = E_\mathrm{c}(\mathrm{M}_{n,2}) + E_\mathrm{p}(\mathrm{M}_{n,2})$$

$$0 - mg\ell_0(1+\alpha)\cos\theta_n = \frac{1}{2}m{v_{n,2}}^2 - mg\ell_0(1+\alpha)$$

$$g\ell_0(1+\alpha)(1-\cos\theta_n) = \frac{1}{2}{v_{n,2}}^2$$

$$\boxed{v_{n,2} = \sqrt{2g\ell_0(1+\alpha)(1-\cos\theta_n)}}$$

On en déduit $\boxed{\beta = 1+\alpha}$ et $\boxed{\gamma = 1/2}$.

**22.** La conservation du moment cinétique entre les points $\mathrm{M}_{n,2}$ et $\mathrm{M}_{n,3}$ s'écrit

$$m\ell_0(1+\alpha)v_{n,2} = m\ell_0(1-\alpha)v_{n,3}$$

$$\boxed{v_{n,3} = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}v_{n,2} = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}\sqrt{2g\ell_0(1+\alpha)(1-\cos\theta_n)}}$$

**23.** Comme à la question **21**, l'énergie mécanique se conserve entre les points $\mathrm{M}_{n,3}$ et $\mathrm{M}_{n,4}$ :

$$E_\mathrm{c}(\mathrm{M}_{n,3}) + E_\mathrm{p}(\mathrm{M}_{n,3}) = E_\mathrm{c}(\mathrm{M}_{n,4}) + E_\mathrm{p}(\mathrm{M}_{n,4})$$

$$\frac{1}{2}m{v_{n,3}}^2 - mg\ell_0(1-\alpha) = 0 - mg\ell_0(1-\alpha)\cos\theta_{n+1}$$

Injectons l'expression de $v_{n,3}$ issue de la question précédente :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^2 2g\ell_0(1+\alpha)(1-\cos\theta_n) - g\ell_0(1-\alpha) = -g\ell_0(1-\alpha)\cos\theta_{n+1}$$

$$\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^3(1-\cos\theta_n) - 1 = -\cos\theta_{n+1}$$

$$\boxed{1-\cos\theta_{n+1} = \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^3(1-\cos\theta_n)}$$

On en déduit $\boxed{\delta = 3}$.

**24.** Puisque $0 < \alpha < 1$, on a $[(1+\alpha)/(1-\alpha)]^3 > 1$ ; ainsi,

$$1-\cos\theta_{n+1} > 1-\cos\theta_n$$

soit $\cos\theta_{n+1} < \cos\theta_n$. La fonction cos étant décroissante sur l'intervalle $[0, \pi/2]$, cela implique $\boxed{\theta_{n+1} > \theta_n}$ : **l'amplitude des balancements augmente**.

**25.** La suite étant géométrique de raison $[(1+\alpha)/(1-\alpha)]^3$,

$$1-\cos\theta_n = \left[\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^3\right]^n(1-\cos\theta_0)$$

Cherchons $n$ tel que $\theta_n = \pi/2$, soit $\cos\theta_n = 0$ :

$$1 = \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^{3n}(1-\cos\theta_0)$$

En prenant le ln,

$$3n\ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right) = -\ln(1-\cos\theta_0)$$

$$n = -\frac{\ln(1-\cos\theta_0)}{3\ln[(1+\alpha)/(1-\alpha)]} = 9,3$$

Le candidat attrape donc l'indice au cours de la dixième demi-oscillation, ce qui correspond à $\boxed{N = 5}$ allers-retours.

## Exercice 2 – Capteurs

1. On reconnait deux ponts diviseurs de tension, d'où

$$\boxed{u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}E} \quad \text{et} \quad \boxed{u_3 = \frac{R_3}{R_3 + R}.}$$

Avec la loi des mailles, on a

$$u_3 + u_{\text{mes}} = u_1, \quad \text{d'où} \quad \boxed{u_{\text{mes}} = u_1 - u_3 = E\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R}\right).}$$

2. Pour $P = P_{\text{atm}}$, on a $R = R_0$. Pour avoir alors $u_{\text{mes}} = 0$, il faut

$$\boxed{R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_0}.}$$

3. On remplace $R_1$ par son expression et, avec $R = R_0 + \Delta R$ où $\Delta R = R_0 k \Delta P$, on trouve après mise au même dénominateur

$$u_{\text{mes}} = \frac{R_3 \Delta R}{(R_0 R_3)(R_0 + \Delta R + R_3)}E.$$

Avec $k\Delta P \ll 1$, on a $\Delta R \ll R_0$, d'où

$$\boxed{u_{\text{mes}} \approx \frac{R_0 + R_3 E}{(R_0 + R_3)^2} k\Delta P.}$$

4. Le signal de la pression artérielle est **périodique mais pas sinusoïdal**, son spectre contient des harmoniques.
5. La valeur moyenne du signal correspond à la composante à la fréquence nulle du spectre. Pour l'isoler, on utilise un **filtre passe-bas**, dont la fréquence de coupure est très inférieure à la fréquence de la composante fondamentale.
   Graphiquement, on relève la fréquence du signal qui vaut $f = 1\,\text{Hz}$, on choisira une fréquence de coupure d'au plus 0,1 Hz.
6. Avec $S = \pi dz + \pi d^2/4$, on a

$$\boxed{C(z) = C_0 + \gamma z,} \quad \text{avec} \quad \boxed{C_0 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\pi d^2}{4e}} \quad \text{et} \quad \boxed{\gamma = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\pi d}{e}.}$$

$\gamma$ s'exprime en $\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$.
7. La tension au borne du GBF est un créneau, ce n'est donc pas $u(t)$. La tension aux bornes d'un condensateur est toujours continue, ce n'est donc pas $u(t)$. Par élimination, $u(t)$ est donc la **tension aux bornes de la résistance** $r$.
8. La constante de temps d'un circuit $RC$ est $\tau = R_{\text{tot}} C$. Ici, il faut prendre en compte la résistance interne du GBF qui vaut $50\,\Omega$. On a donc $R_{\text{tot}} = 550\,\Omega$.
   Graphiquement, avec la méthode des 63 %, on mesure $\tau \approx 60\,\mu\text{s}$.
   On en déduit, avec $C \approx \gamma z_0$

$$\boxed{z_0 \approx \frac{\tau}{\gamma R_{\text{tot}}} \approx 50\,\text{cm}.}$$

**9.** Cf. cours.

**10.** Cf. cours.

**11.** Cf. cours.

**12.** Cf. cours.

**13.** On peut déterminer la fréquence de la résonance en intensité en cherchant la fréquence pour laquelle l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance $r'$ est maximale. On a en effet

$$z_0 = \frac{1}{4\pi^2 f_c^2 \gamma L}.$$

Plus la résonance est fine, plus la mesure sera précise, ce qui impose de travailler avec un facteur de qualité le plus élevé possible : on choisira $r'$ faible et $L$ grand.

## Exercice 3 – Eau chaude sanitaire

Puisque l'on s'intéresse à une phase condensée incompressible et indilatable dans cet exercice, que le système (sans autre information de l'énoncé) subit des transformations au minimum monobares avec équilibre à l'E.I. et à l'E.F., on privilégie l'utilisation de l'enthalpie.

### Mise en service

**1.** On applique le premier principe au système {eau} de volume $V$ :

$$\Delta H + \cancel{\Delta \mathscr{E}_c} = Q + \cancel{W_u}, \text{ avec } Q = \mathcal{P}_e \Delta t \text{ et } \Delta H = \rho V c (T_c - T_f), \text{ d'où}$$

$$\boxed{\Delta t = \frac{\rho V c}{\mathcal{P}_e}(T_c - T_f).}$$

A.N. : $\Delta t = 3{,}3 \times 10^2\,\text{min} < \tau_c$. On trouve une valeur inférieure à la donnée constructeur, ce qui peut s'expliquer par le fait que la capacité thermique du chauffe-eau n'a pas été prise en compte.

**2.** On applique cette fois le premier principe au système {eau + chauffe-eau}, en considérant le transfert thermique reçu pendant $\tau_c$ :

$$\Delta H + \cancel{\Delta \mathscr{E}_c} = \mathcal{P}_e \tau_c + \cancel{W_u}, \text{ avec } \Delta H = c(\rho V + \mu)(T_c - T_f), \text{ d'où}$$

$$\boxed{\mu = \frac{\mathcal{P}_e \tau_c}{c(T_c - T_f)} - \rho V.}$$

A.N. : $\mu = 10\,\text{kg}$.

**3.** On considère le système $\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2$, avec $\Sigma_1 = \{(V - V_1)$ d'eau + chauffe-eau$\}$ et $\Sigma_2 = \{V_1$ d'eau$\}$. La température de $\Sigma_1$ passe de $T_c$ à $T_1$ tandis que celle de $\Sigma_2$ passe de $T_f$ à $T_1$. La transformation est adiabatique, le premier principe donne, en utilisant l'extensivité de l'enthalpie :

$$\Delta H_1 + \Delta H_2 = 0, \text{ d'où } \boxed{T_1 = \frac{(\rho(V - V_1) + \mu)T_c + \rho V_1 T_f}{\mu + \rho V}.}$$

A.N. : $T_1 = 56\,^\circ\text{C}$.

**4.** D'après le texte introductif, les besoins en ECS à 40 °C s'élèvent à environ 56 L par personne et par jour : pour l'appartement il en faudra donc 112 L par jour, soit 41 $m^3$ d'ECS à 40 °C par an.
En négligeant les pertes thermiques, la consommation énergétique due à la production d'ECS, correspond à l'énergie qu'il faut fournir pour réchauffer le volume $V_u = 41\,m^3$ d'eau froide de la température $T_f$ jusqu'à $T_u = 40\,°C$. Le premier principe appliqué à ce volume d'eau donne finalement la consommation énergétique $Q_{ECS}$ recherchée :

$$\boxed{Q_{ECS} = \rho V_u c(T_u - T_f).}$$

A.N. : $Q_{ECS} = 4{,}3\,MJ = 1{,}2 \times 10^3\,kW \cdot h$, ce qui correspond à environ 10 % de la consommation énergétique moyenne d'un appartement de 50 $m^2$ habité par deux personnes. Il s'agit bien d'un poste de dépense conséquent.

## Pertes thermiques

**5.** Les trois modes de transfert thermique sont :
- la conduction ;
- la convection ;
- le rayonnement.

**6.** On considère le système $\{V$ d'eau$\}$ (on néglige la capacité thermique du chauffe-eau) et on applique le premier principe entre $t$ et $t + dt$ où la température varie de $dT$ :

$$c\rho V\,dT = -\frac{\lambda S}{e}(T - T_0)dt, \text{ d'où } \boxed{\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_0}{\tau}, \text{ où } \tau = \frac{ec\rho V}{\lambda S}.}$$

**7.** En prenant $T(0) = T_c$, on obtient $\boxed{T(t) = (T_c - T_0)e^{-t/\tau} + T_0.}$ Cf. Fig. 1.

**8.** La constante de temps $\tau$ vaut environ 5,3 jours : au bout d'une semaine, le régime permanent n'est pas encore atteint et la température de l'eau est encore voisine de 30 °C. Le chauffe est bien isolé thermiquement : une fois chauffée, la température de l'eau décroit très lentement.

## Régulation de température

**9.** En régime permanent, les pertes sont exactement compensées par la puissance $\mathcal{P}_r$ fournie par la résistance chauffante, soit : $\mathcal{P}_r = |\Phi|$.

**10.** On peut négliger le flux thermique $\Phi$ devant la puissance fournie de la résistance chauffante. Le premier principe appliqué au système $\{V$ d'eau$\}$ entre $t$ et $t+dt$ où la température varie de $dT$ donne

$$c\rho V\,dT = P_e dt, \text{ d'où } \boxed{\frac{dT}{dt} = \frac{\mathcal{P}_e}{c\rho V} \text{ pour } t \in [t_0, t_1]}.$$

**11.** En tenant compte des conditions initiales en $t = t_0$, on obtient :

$$\boxed{T(t) = \frac{\mathcal{P}_e}{c\rho V}(t - t_0) + T_m \text{ pour } t \in [t_0, t_1],} \text{ d'où } \boxed{t_1 - t_0 = \frac{c\rho V}{\mathcal{P}_e}(T_c - T_m).}$$

A.N. : $t_1 - t_0 = 6{,}5\,min$.

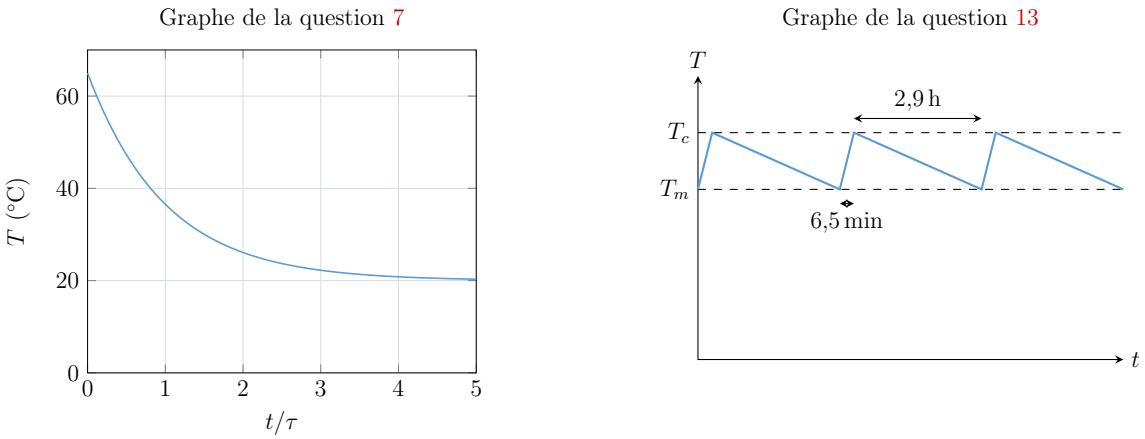



FIGURE 1 – Représentations graphiques de $T(t)$.

**12.** Quand la résistance n'est plus alimenté, on retrouve la même situation qu'aux questions 6 et 7, en prenant cette fois comme origine des temps $t_1$, d'où

$$\boxed{T(t) = (T_c - T_0)e^{-(t-t_1)/\tau} + T_0 \text{ pour } t \in [t_1, t_2].}$$

En $t = t_2$, la température est à nouveau $T_m$, soit

$$\boxed{t_2 - t_1 = \tau \ln\left(\frac{T_c - T_0}{T_m - T_0}\right).}$$

A.N. : $t_2 - t_1 = 2{,}9\,\text{h}$.

**13.** Cf. Fig. 1.