

Programme de colles n°1

semaine du 15 au 19 septembre

Rudiments de logique

- Proposition mathématique, quantificateurs
- Conjonction, disjonction de propositions
- Implication, contraposition, équivalence
- Négation d'une proposition
- Différents types de raisonnement :
 - Preuve par l'exemple/contre-exemple
 - Preuve par l'absurde
 - Preuve par contraposition
 - Preuve par disjonction de cas
 - Preuve par analyse-synthèse
 - Récurrence simple, double, forte
- Exemples de phrases logiques pour les notions suivantes (notions à connaître) :
 - Variation des suites, fonctions.
 - Fonctions majorée.
 - Fonction injective, surjective.

Les démonstrations suivantes sont à connaître (les autres démonstrations ne sont pas censées être ignorées totalement) :

- Une proposition et sa contraposée sont équivalentes.
- Négation d'une conjonction et d'une disjonction de propriétés.
- Calcul de $\sum_{k=0}^n k$ ou $\sum_{k=0}^n k^2$ par récurrence.
- Montrer que toute suite s'écrit de manière unique sous la forme d'une somme d'une suite de premier terme nul et d'une suite constante (exo de cours).

Les points suivants sont à savoir particulièrement bien faire :

- Savoir traduire avec des quantificateurs une phrase française.
- Savoir écrire la négation d'une proposition.
- Savoir faire une analyse-synthèse

Calculs algébriques

- Somme et produit d'une famille de nombres réels indexée par un ensemble I . Symboles \sum et \prod . Cas où I est vide.
- Changement d'indices dans une somme/produit.
- Somme et produit télescopiques.
- Regroupement de termes.
- Expressions simplifiées de $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n x^k$.
- Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
- Sommes et produits doubles ; sommes et produits triangulaires.
- Produit de deux sommes finies.
- Rappels sur la factorielle et les coefficients binomiaux.
- Formule du binôme de Newton.

Les démonstrations suivantes sont à connaître (les autres démonstrations ne sont pas censées être ignorées totalement) :

- Calcul de $\sum_{k=0}^n x^k$.
- Factorisation de $a^n - b^n$.
- Formule de Pascal.
- Formule du binôme de Newton.

Les points suivants sont à savoir particulièrement bien faire :

- Manipuler des sommes et produits.
- Calculer des sommes et produits télescopiques.
- Calculer des sommes et produits doubles et triangulaires.
- Reconnaître et savoir utiliser le binôme de Newton.