

MPII
ITC
Séquence 7

Résumé
Partie 1 - Tris quadratiques

2.1 Tri par sélection

i = 1	j de 2 à 5	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>1</td><td>3</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td><td>8</td></tr> </table>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	1	3	7	6	9	8
	indice	0	1	2	3	4	5									
valeur	1	3	7	6	9	8										
imin ← 1	Test 1 = 1 Pas de permut	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>1</td><td>3</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td><td>8</td></tr> </table>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	1	3	7	6	9	8
indice	0	1	2	3	4	5										
valeur	1	3	7	6	9	8										

i = 2	j de 3 à 5	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>1</td><td>3</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td><td>8</td></tr> </table>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	1	3	7	6	9	8
	indice	0	1	2	3	4	5									
valeur	1	3	7	6	9	8										
imin ← 3	Test 3 ≠ 2	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td><td>8</td></tr> </table>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	1	3	6	7	9	8
indice	0	1	2	3	4	5										
valeur	1	3	6	7	9	8										

i = 3	j de 4 à 5	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td><td>8</td></tr> </table>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	1	3	6	7	9	8
	indice	0	1	2	3	4	5									
valeur	1	3	6	7	9	8										
imin ← 3	Test 3 = 3 Pas de permut	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td><td>8</td></tr> </table>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	1	3	6	7	9	8
indice	0	1	2	3	4	5										
valeur	1	3	6	7	9	8										


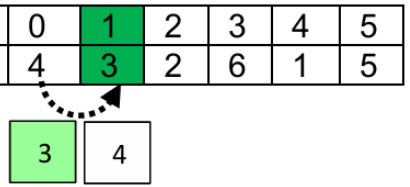
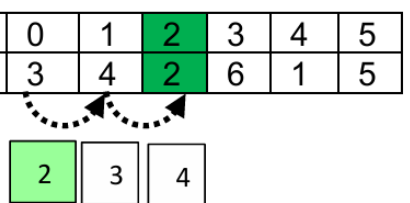
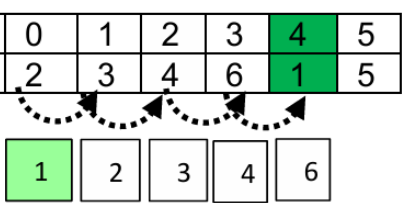
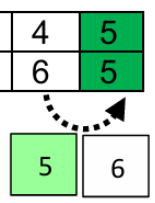
i = 4	j de 5 à 5	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td><td>8</td></tr> </table>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	1	3	6	7	9	8
	indice	0	1	2	3	4	5									
valeur	1	3	6	7	9	8										
imin ← 5	Test 5 ≠ 4	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> </table>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	1	3	6	7	8	9
indice	0	1	2	3	4	5										
valeur	1	3	6	7	8	9										

```

pour i ← 0 à n - 2 faire
  imin ← i
  pour j ← i + 1 à n-1 faire
    si A [j] < A [imin]
      imin ← j
  fin si
fin pour
si imin ≠ i
  temp ← A [imin]
  A [imin] ← A [i]
  A [i] ← temp
fin si
fin pour
  
```

- En place
- Non stable
- Complexité $O(n^2)$

2.2 Tri par insertion

Boucle i	Fin du tant que	Décalage(s)  INSERTION carte	Carte														
i = 1 carte ← A[1] = 3	j = -1 INSERTION de la carte : A[0] = 3	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>6</td><td>1</td><td>5</td></tr> </table> 	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	4	3	2	6	1	5	
indice	0	1	2	3	4	5											
valeur	4	3	2	6	1	5											
i = 2 carte ← A[2] = 2	j = -1 Placement de la carte : A[0] = 2	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>6</td><td>1</td><td>5</td></tr> </table> 	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	3	4	2	6	1	5	
indice	0	1	2	3	4	5											
valeur	3	4	2	6	1	5											
i = 3 carte ← A[3] = 6	A[2] > 6 faux j = 3 Placement de la carte : A[3] = 6	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td><td>1</td><td>5</td></tr> </table>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	2	3	4	6	1	5	
indice	0	1	2	3	4	5											
valeur	2	3	4	6	1	5											
i = 4 carte ← A[4] = 1	j = -1 Placement de la carte : A[0] = 1	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td><td>1</td><td>5</td></tr> </table> 	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	2	3	4	6	1	5	
indice	0	1	2	3	4	5											
valeur	2	3	4	6	1	5											
i = 5 carte ← A[5] = 5	A[3] > 4 faux j = 4 Placement de la carte : A[4] = 5	<table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td><td>5</td></tr> </table> 	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	1	2	3	4	6	5	
indice	0	1	2	3	4	5											
valeur	1	2	3	4	6	5											

```

pour i ← 1 à n-1 faire
  carte ← A[i]
  j ← i - 1
  tant que j ≥ 0 et que A[j] > carte faire
    A[j+1] ← A[j]
    j ← j - 1
  fin tant que
  A[j+1] ← carte
fin pour
    
```

- En place
- Stable
- Complexité $O(n^2)$

2.3 Tri à bulles

Boucle i	Boucle j	Echanges après test positif																																										
i = 0	j de 5 à 1	<p> <table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>4</td><td>7</td><td>8</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>4</td><td>7</td><td>2</td><td>8</td><td>3</td><td>5</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>4</td><td>2</td><td>7</td><td>8</td><td>3</td><td>5</td></tr> </table> </p>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	4	7	8	2	3	5	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	4	7	2	8	3	5	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	4	2	7	8	3	5
indice	0	1	2	3	4	5																																						
valeur	4	7	8	2	3	5																																						
indice	0	1	2	3	4	5																																						
valeur	4	7	2	8	3	5																																						
indice	0	1	2	3	4	5																																						
valeur	4	2	7	8	3	5																																						
i = 1	j de 5 à 2	<p> <table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>2</td><td>4</td><td>7</td><td>8</td><td>3</td><td>5</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>2</td><td>4</td><td>7</td><td>3</td><td>8</td><td>5</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>7</td><td>8</td><td>5</td></tr> </table> </p>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	2	4	7	8	3	5	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	2	4	7	3	8	5	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	2	4	3	7	8	5
indice	0	1	2	3	4	5																																						
valeur	2	4	7	8	3	5																																						
indice	0	1	2	3	4	5																																						
valeur	2	4	7	3	8	5																																						
indice	0	1	2	3	4	5																																						
valeur	2	4	3	7	8	5																																						
i = 2	j de 5 à 3	<p> <table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>7</td><td>8</td><td>5</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>7</td><td>5</td><td>8</td></tr> </table> </p>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	2	3	4	7	8	5	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	2	3	4	7	5	8														
indice	0	1	2	3	4	5																																						
valeur	2	3	4	7	8	5																																						
indice	0	1	2	3	4	5																																						
valeur	2	3	4	7	5	8																																						
i = 3	j de 5 à 4	<p> <table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>7</td><td>8</td></tr> </table> </p>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	2	3	4	5	7	8																												
indice	0	1	2	3	4	5																																						
valeur	2	3	4	5	7	8																																						
i = 4	j de 5 à 5	<p> <table border="1"> <tr><td>indice</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>valeur</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>7</td><td>8</td></tr> </table> </p>	indice	0	1	2	3	4	5	valeur	2	3	4	5	7	8																												
indice	0	1	2	3	4	5																																						
valeur	2	3	4	5	7	8																																						

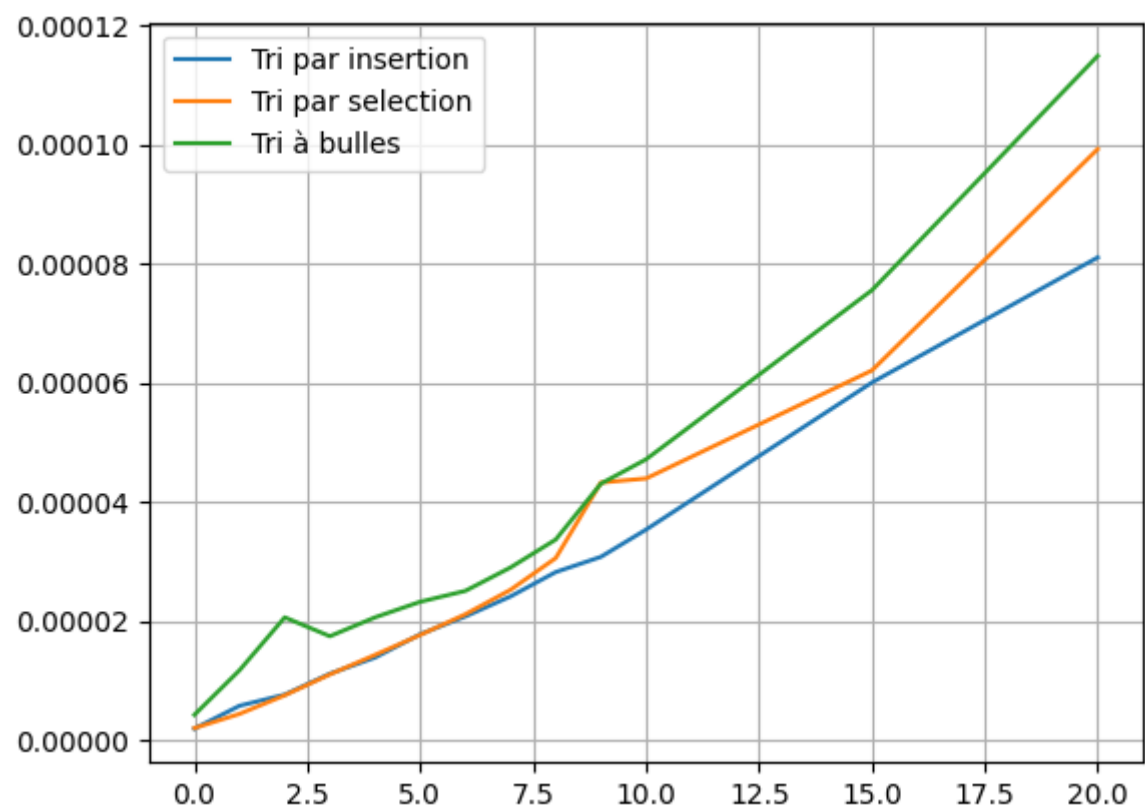
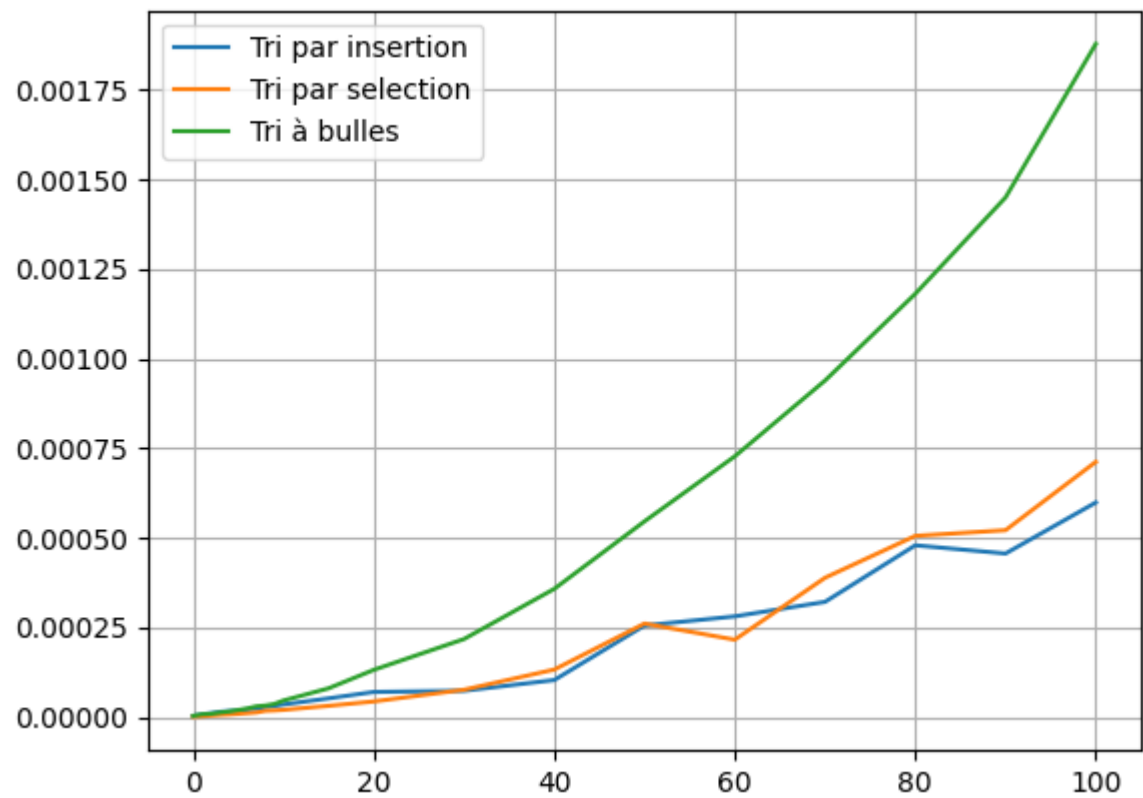
```

pour i ← 0 à n-2 faire
  pour j ← n - 1 à i + 1 par pas de (-1) faire
    si A[j] < A [j-1] faire
      temp ← A [j]
      A [j] ← A [j-1]
      A [j-1] ← temp
    fin si
  fin pour
fin pour
    
```

➤ En place

➤ Stable

➤ Complexité $O(n^2)$



MPII

ITC

Séquence 8

Tris

Partie 2 - Tris rapides - Optimisation

I - Tri fusion et tri rapide

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

« Diviser pour (mieux) régner »

Caractéristiques des algorithmes de tri récursifs :

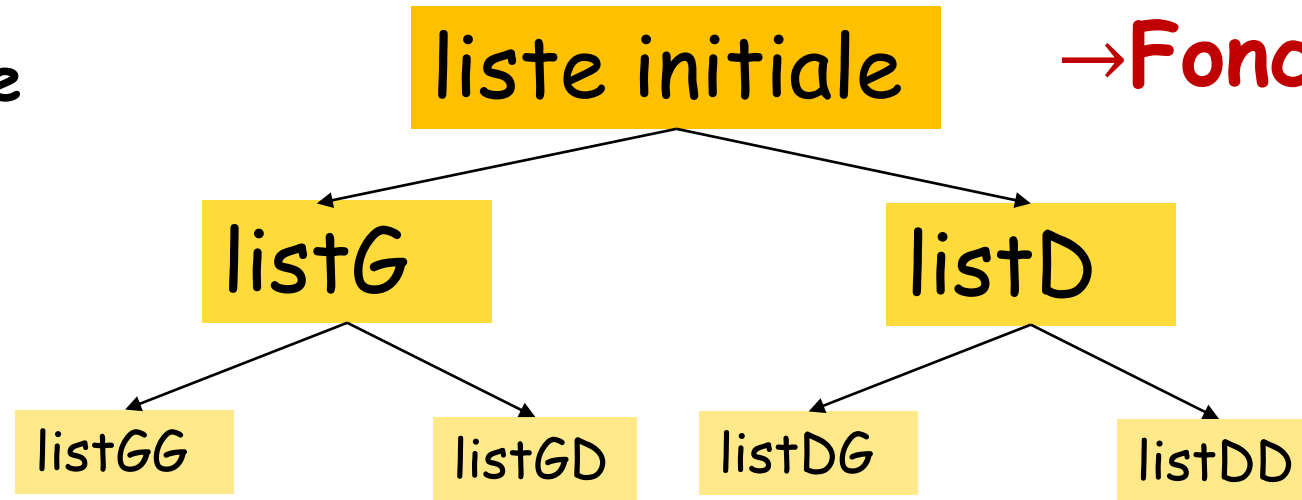
- « **Diviser** »: séparation de la liste initiale en listes intermédiaires
- « **Régner** »: ranger par ordre les listes, sous-listes, sous-sous-listes... (croissant/décroissant)
- « **Combiner** »: former la liste finale à l'aide des sous listes triées

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.1. Tri fusion

1.1.1. Principe

- « Diviser » :



→ Fonction triFusion



- « Régner » :



- « Combiner » : Fusion des deux sous-listes triées

→ Fonction fusion

➤ Parcours en parallèle des 2 listes

➤ Placement de la plus petite valeur dans une liste résultat.

1. ALGORITHMES

1.1. Tri fusion

1.1.2. Algorithme :

vérification fin de liste droite ou gauche

Insertion en parallèle

cas où une liste droite ou gauche est finie

Fonction fusion(listG,listD)

listFusion ← []

iG ← 0 ; iD ← 0

nG ← taille(listG) ; nD ← taille(listD)

Tant que taille(listFusion) < nG + nD **faire**

si iG < nG et iD < nD

si listG [iG] < listD [iD]

listFusion ⊕ listG [iG]

iG ← iG + 1

sinon

listFusion ⊕ listD [iD]

iD ← iD + 1

fin si

sinon

si iG == nG

listFusion ⊕ listD [iD ... nD-1]

sinon

listFusion ⊕ listG [iG ... nG-1]

fin si

fin si

fin tant que

retourner listFusion

1. ALGORITHMES

1.1. Tri fusion

1.1.2. Algorithme :

Fonction triFusion(listaTrier)

$n \leftarrow \text{taille}(\text{listaTrier})$

si $n \leq 1$

retourner listaTrier

**Condition
d'arrêt**

Gauche \leftarrow triFusion(listaTrier [0 ... n//2])

Droite \leftarrow triFusion(listaTrier [n//2 ... n])

listeTrie \leftarrow fusion(Gauche, Droite)

retourner listeTrie

Fonction fusion(listG, listD)

listFusion \leftarrow []

$iG \leftarrow 0$; $iD \leftarrow 0$

$nG \leftarrow \text{taille}(\text{listG})$; $nD \leftarrow \text{taille}(\text{listD})$

Tant que $\text{taille}(\text{listFusion}) < nG + nD$ faire

si $iG < nG$ et $iD < nD$

si $\text{listG}[iG] < \text{listD}[iD]$

listFusion \oplus listG [iG]

$iG \leftarrow iG + 1$

sinon

listFusion \oplus listD [iD]

$iD \leftarrow iD + 1$

fin si

sinon

si $iG == nG$

listFusion \oplus listD [iD ... nD-1]

sinon

listFusion \oplus listG [iG ... nG-1]

fin si

fin si

fin tant que

retourner listFusion

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.1. Tri fusion

liste initiale



triFusion



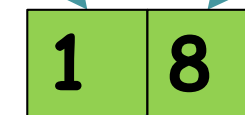
triFusion



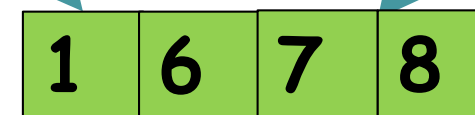
triFusion



fusion



fusion



fusion



1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.1. Tri fusion

1.1.3. Caractéristiques :

- Stabilité :

- Un tel algorithme est stable si on privilégie la liste de gauche à celle de droite

- Tri en place :

Sous-tableaux intermédiaires.

- Un tel algorithme ne trie pas en place

- Complexité:

- Complexité de la fonction fusion

- Complexité de la fonction triFusion

1. ALGORITHMES

1.1. Tri fusion

1.1.3. Caractéristiques :

- **Complexité:**
 - Complexité de la fonction **fusion**
 - Complexité de la fonction **triFusion**

Fonction fusion(listG,listD)

```
listFusion ← []  
iG ← 0 ; iD ← 0  
nG ← taille(listG) ; nD ← taille(listD)
```

Tant que taille(listFusion) < nG + nD **faire**

```
  si iG < nG et iD < nD  
    si listG [iG] < listD [iD]  
      listFusion ⊕ listG [iG]  
      iG ← iG + 1  
    sinon  
      listFusion ⊕ listD [iD]  
      iD ← iD + 1  
    fin si  
  sinon  
    si iG == nG  
      listFusion ⊕ listD [iD ... nD-1]  
    sinon  
      listFusion ⊕ listG [iG ... nG-1]  
    fin si  
  fin si
```

fin tant que
retourner listFusion

1. ALGORITHMES

1.1. Tri fusion

1.1.3. Caractéristiques :

- **Complexité:**

- Complexité de la fonction **fusion**

$$Cf(n) = C0f + C1.n$$

$$Cf(n) < A.n$$

- Complexité de la fonction **triFusion**

Fonction fusion(listG,listD)

```
listFusion ← [ ]
```

```
iG ← 0 ; iD ← 0
```

```
nG ← taille(listG) ; nD ← taille(listD)
```

Tant que taille(listFusion) < nG + nD **faire**

si iG < nG et iD < nD

si listG [iG] < listD [iD]

listFusion ⊕ listG [iG]

iG ← iG + 1

sinon

listFusion ⊕ listD [iD]

iD ← iD + 1

fin si

sinon

si iG == nG

listFusion ⊕ listD [iD ... nD-1]

sinon

listFusion ⊕ listG [iG ... nG-1]

fin si

fin si

fin tant que

retourner listFusion

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.1. Tri fusion

1.1.3. Caractéristiques :

- Complexité:

- Complexité de la fonction fusion

$$Cf(n) < A.n$$

- Complexité de la fonction triFusion

$$Ct(n) = C_0t + 2Ct(n/2) + Cf(n) \\ = C_0t + 2Ct(n/2) + A.n$$

Fonction triFusion(listaTrier)

n ← taille(listaTrier)

si n ≤ 1

retourner listaTrier

Gauche ← triFusion(listaTrier [0 . . . n//2 [

Droite ← triFusion(listaTrier [n//2 . . . n [

listeTrie ← fusion(Gauche, Droite)

retourner listeTrie

- Appel 0

- Appel 1

- Appel k-1

- Appel k

Avec $n = 2^k$

$$Ct(n) = C_0t + 2Ct(n/2) + A.n$$

$$Ct(n/2^1) = C_0t + 2Ct(n/2^2) + A.(n/2^1)$$

$$Ct(n/2^{k-1}) = C_0t + 2Ct(n/2^k) + A.(n/2^{k-1})$$

$$Ct(n/2^k) = C_0t$$

X 2⁰ +

X 2¹ +

X 2^{k-1} +

X 2^k +

Opération nécessaire: $2^0.(L_0) + 2^1.(L_1) + 2^2.(L_2) + \dots + 2^{k-1}.(L_{k-1}) + 2^k.(L_k)$

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.1. Tri fusion

1.1.3. Caractéristiques :

- Complexité:

- Complexité de la fonction fusion

$$Cf(n) < A.n$$

- Complexité de la fonction triFusion

$$Ct(n) = C0t + 2Ct(n/2) + Cf(n) \\ = C0t + 2Ct(n/2) + A.n$$

Fonction triFusion(listaTrier)

n ← taille(listaTrier)

si n ≤ 1

retourner listaTrier

Gauche ← triFusion(listaTrier [0 . . . n//2 [

Droite ← triFusion(listaTrier [n//2 . . . n [

listeTrie ← fusion(Gauche, Droite)

retourner listeTrie

- Appel 0

- Appel 1

- Appel k-1

- Appel k

Avec $n = 2^k$

$$\begin{array}{rcl} Ct(n) = C0t + 2Ct(n/2) + A.n & & \times 2^0 + \\ \cancel{Ct(n/2^1)} = C0t + 2\cancel{Ct(n/2^2)} + A.(n/2^1) & & \times 2^1 + \\ \cancel{Ct(n/2^{k-1})} = C0t + 2\cancel{Ct(n/2^k)} + A.(n/2^{k-1}) & & \times 2^{k-1} + \\ \cancel{Ct(n/2^k)} = C0t & & \times 2^k + \end{array}$$

$$Ct(n) = C0t(2^0 + 2^1 + \dots + 2^k) + A.n.k$$

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.1. Tri fusion

1.1.3. Caractéristiques :

- **Complexité:**

- Complexité de la fonction **fusion**
 $Cf(n) < A.n$

- Complexité de la fonction **triFusion**

$$Ct(n) = C0t + 2Ct(n/2) + Cf(n) \\ = C0t + 2Ct(n/2) + A.n$$

Avec $n = 2^k$

$$Ct(n) = C0t(2^0 + 2^1 + \dots + 2^k) + A.n.k = C0t \left(\frac{1 - 2^{k+1}}{1 - 2} \right) + A.n \log_2(n)$$

$$S_k = 2^0 + 2^1 + \dots + 2^k$$

Suite géométrique de raison 2

D'où

$$S_k = \frac{1 - 2^{k+1}}{1 - 2} = -(1 - 2 \cdot 2^k) = -(1 - 2n)$$

Fonction triFusion(listaTrier)

$n \leftarrow$ taille(listaTrier)

si $n \leq 1$

retourner listaTrier

Gauche \leftarrow triFusion(listaTrier [0 . . . n//2 [)

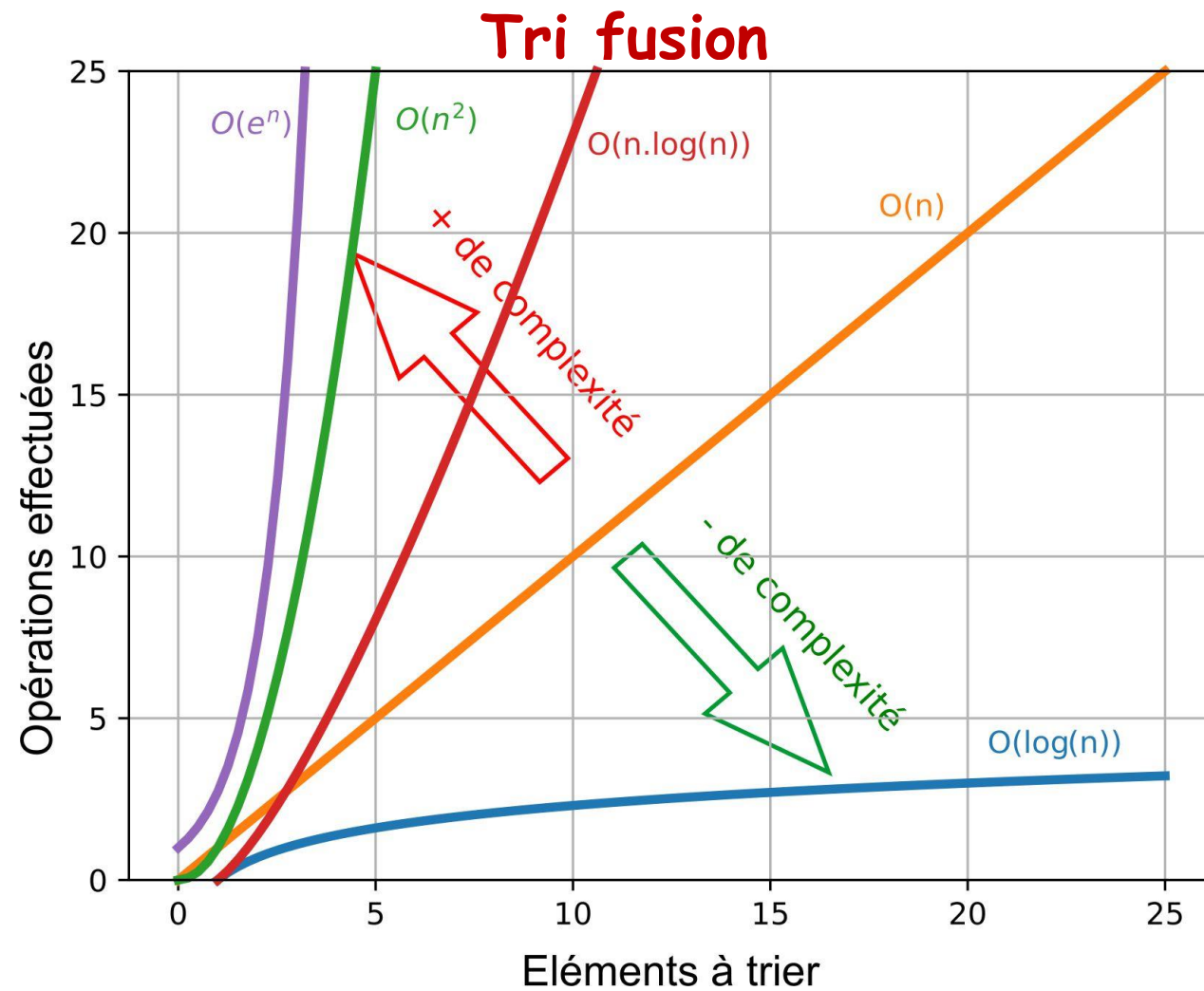
Droite \leftarrow triFusion(listaTrier [n//2 . . . n [)

listeTrie \leftarrow fusion(Gauche, Droite)

retourner listeTrie

➤ **Complexité quasi-linéaire en $O(n \cdot \log_2(n))$**

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS



1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.2. Tri rapide

1.2.1. Principe

- Sélection d'un pivot

- « Diviser » :

Liste des plus petits

- « Régner » :

Liste des plus petits sans pivot

listPP

p

listPG

pivot



Liste des plus grands

Liste des plus grands sans pivot

listGP

p

listGP

$E1 < E2 < E3 < E4 < E5 < E6 < E7 < \dots < E_{n-1} < E_n$

- « Combiner » : concaténation des sous-listes

ListeTrie =

$\text{triRapide}(\text{L. des plus petits ss pivot}) + [\text{pivot}] + \text{triRapide}(\text{L. des plus grands ss pivot})$

liste initiale

liste initiale sans pivot

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.2. Tri rapide

1.2.2. Algorithme :

Fonction triRapide(listaTrier)

si listaTrier = []
retourner []

**Condition
d'arrêt**

pivot ← listaTrier[0]; listG ← [] ; listD ← []

pour i de 1 à [taille(listaTrier)-1] faire

si listaTrier[i] < pivot

listG ⊕ listaTrier[i]

sinon

listD ⊕ listaTrier[i]

fin si

retourner triRapide(listG) ⊕ [pivot] ⊕ triRapide(listD)

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.2. Tri rapide-pivot extrême

liste initiale

triRapide

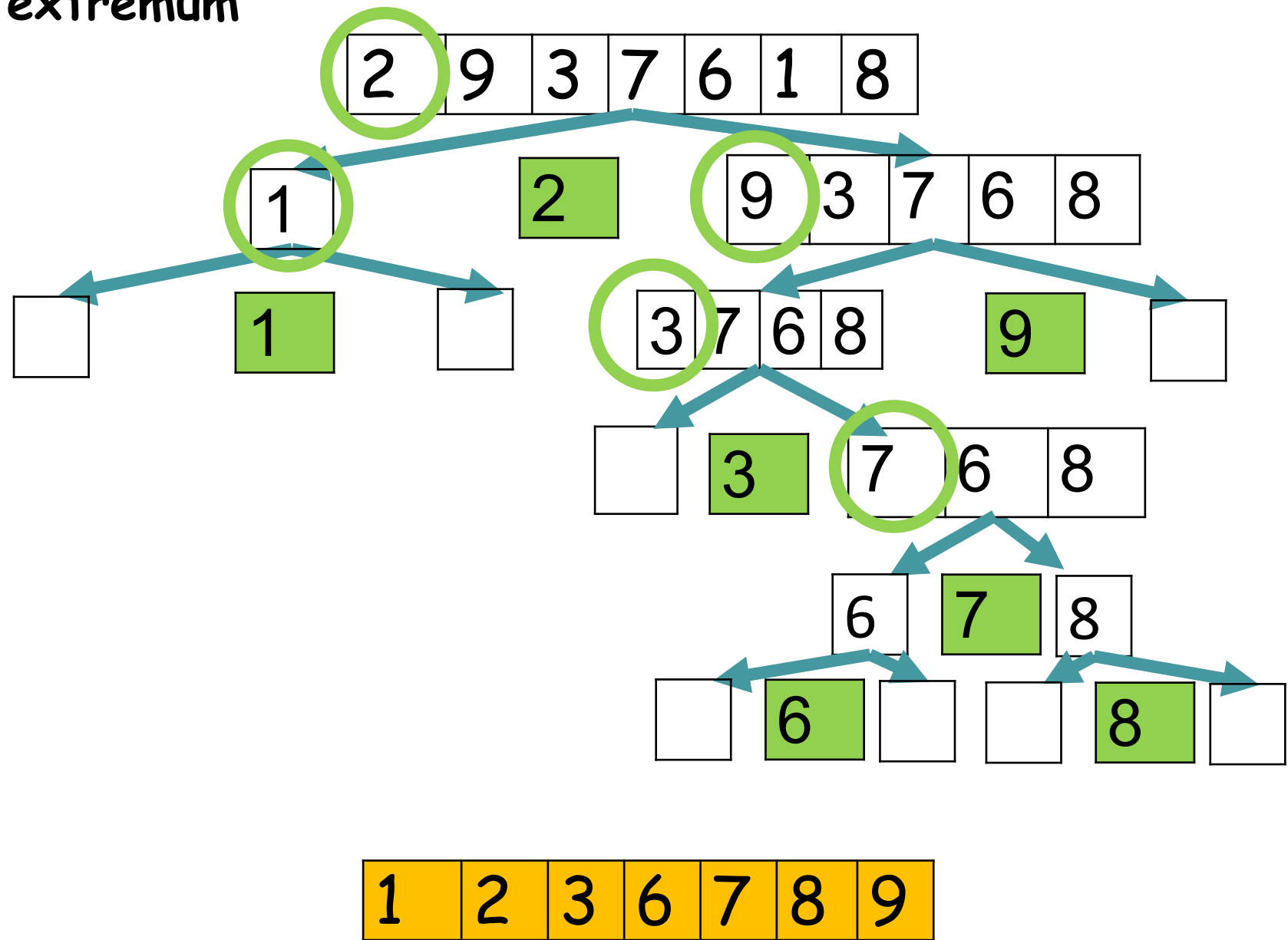
triRapide

triRapide

triRapide

triRapide

combinaison



1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.2. Tri rapide

1.2.3. Caractéristiques :

- Stabilité :

- Un tel algorithme est non stable (pivot autre qu'extremum)

- Tri en place :

- Sous-tableaux intermédiaires.

- Un tel algorithme ne trie pas en place

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.2. Tri rapide

1.2.3. Caractéristiques :

- **Complexité:**

- p étant le rang du pivot (indice dans la future liste triée)

$$C(n) = C(p) + C(n - p - 1) + (n - 1)C_i + C_0$$

- Dans le pire des cas: p=0

$$C(n) = C(0) + C(n - 1) + (n - 1)C_i + C_0$$

- Appel 0

$$C(n) = C(0) + C(n - 1) + (n - 1)C_i + C_0$$

- Appel 1

$$C(n - 1) = C(0) + C(n - 2) + (n - 2)C_i + C_0$$

- Appel n-1

$$C(1) = C(0) + C(0) + 0.C_i + C_0$$

Opération nécessaire:

$$(L_0) + (L_1) + (L_2) + \dots + (L_{n-1})$$

$$C(n) = (n + 1).C(0) + \frac{n(n - 1)}{2}C_i + n.C_0$$

Fonction triRapide(listaTrier)

```
si listaTrier = []  
  retourner []
```

```
pivot ← listaTrier[0]; listG ← []; listD ← []
```

```
pour i de 1 à taille(listaTrier) faire
```

```
  si listaTrier[i] < pivot
```

```
    listG ⊕ listaTrier[i]
```

```
  sinon
```

```
    listD ⊕ listaTrier[i]
```

```
fin si
```

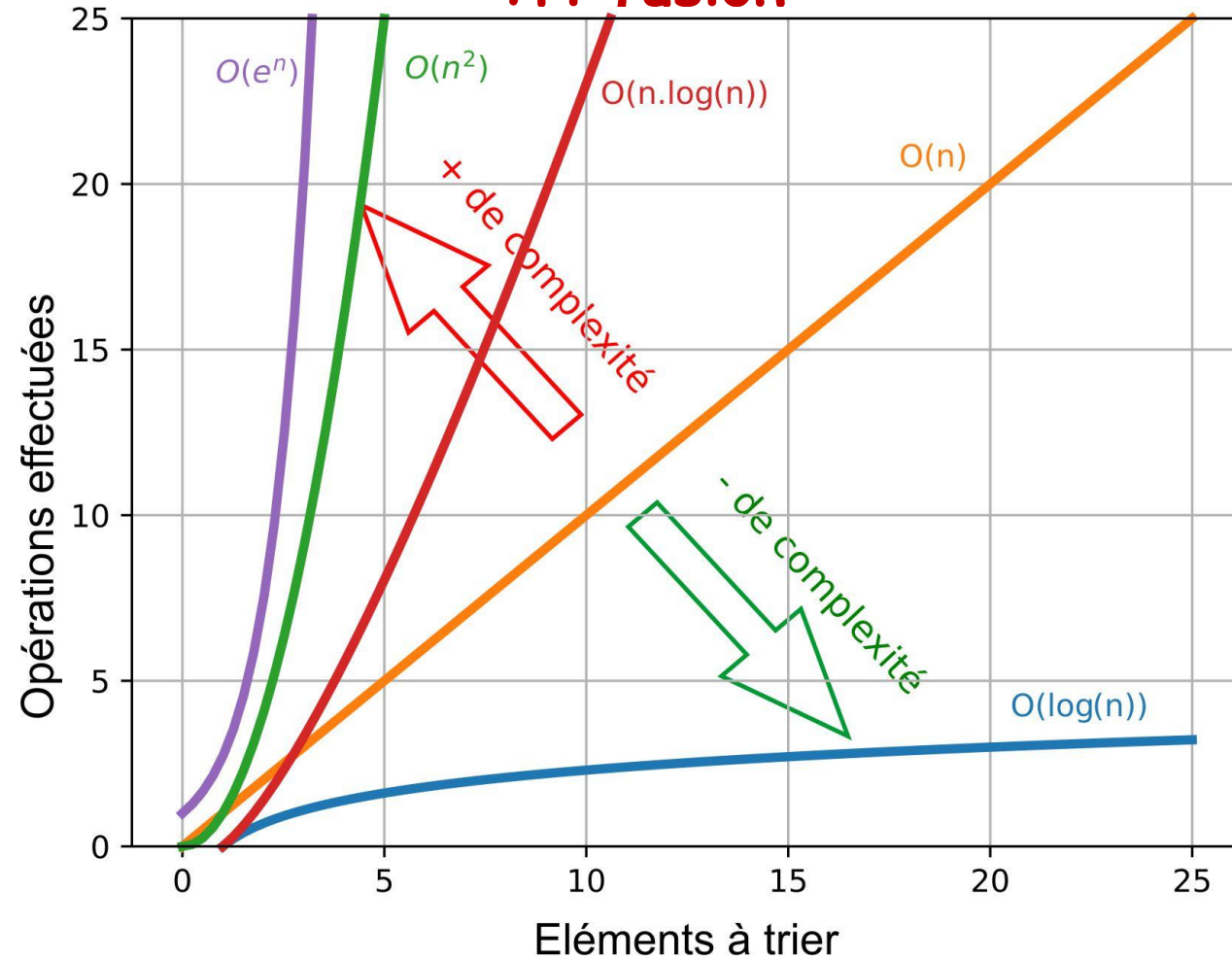
```
retourner triRapide(listG) ⊕ [pivot] ⊕ triRapide(listD)
```

➤ **Complexité quadratique en $O(n^2)$**

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

Tri rapide

Pire des cas Tri fusion



1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.2. Tri rapide-pivot médian

liste initiale



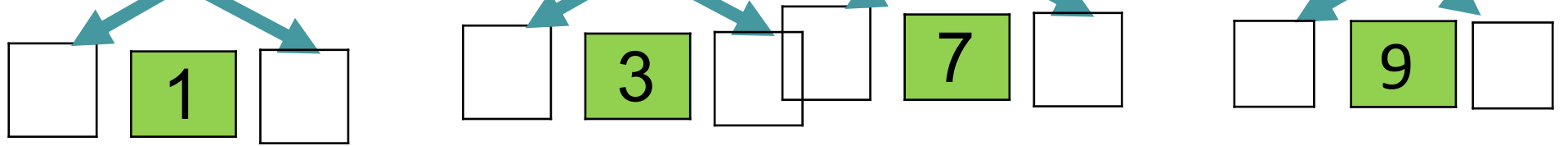
triRapide



triRapide



triRapide



combinaison



1. ALGORITHMES RÉCURSIFS

1.2. Tri rapide

1.2.3. Caractéristiques :

- **Complexité:**

- p étant le rang du pivot

$$C(n) = C(p) + C(n - p - 1) + (n - 1)Ci + C_0$$

- Pour p=n/2

$$C(n) = 2.C(n/2) + (n - 1)Ci + C_0$$

- Appel 0 $C(n) = 2.C(n/2^1) + (n - 1)Ci + C_0$

- Appel 1 $C(n/2^1) = 2.C(n/2^2) + (n/2^1 - 1)Ci + C_0$

- Appel k-1 $C(2) = 2.C(1) + (2 - 1).Ci + C_0$

$$(L0) + 2.(L1) + 2^2.(L2) + \dots + 2^{k-1}.(Lk-1)$$

$$C(n) = n.C(1) + k.n.Ci + (1 - n)Ci + (n - 1)C_0$$

$$C(n) = n.C(1) + Ci.n.log_2(n) + (1 - n)Ci + (n - 1)C_0$$

➤ **Complexité pour pivot médian « quasi-linéaire » en $O(n \log_2(n))$**

Fonction triRapide(listaTrier)

si listaTrier = []

retourner []

pivot ← listaTrier[0]; listG ← [] ; listD ← []

pour i de 1 à taille(listaTrier) faire

si listaTrier[i] < pivot

listG ⊕ listaTrier[i]

sinon

listD ⊕ listaTrier[i]

fin si

retourner triRapide(listG) ⊕ [pivot] ⊕ triRapide(listD)

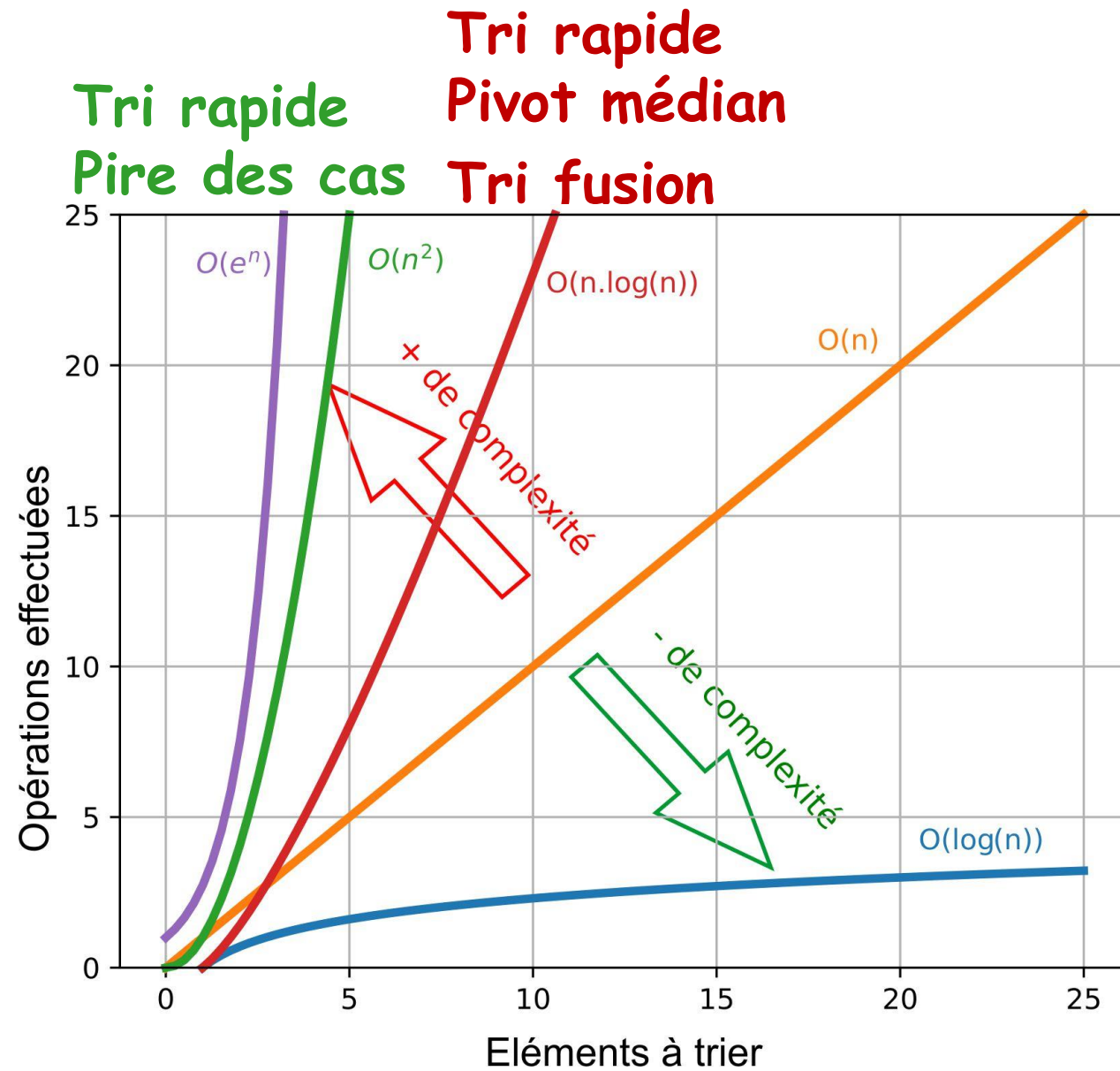
$$S_k = 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{k-1}$$

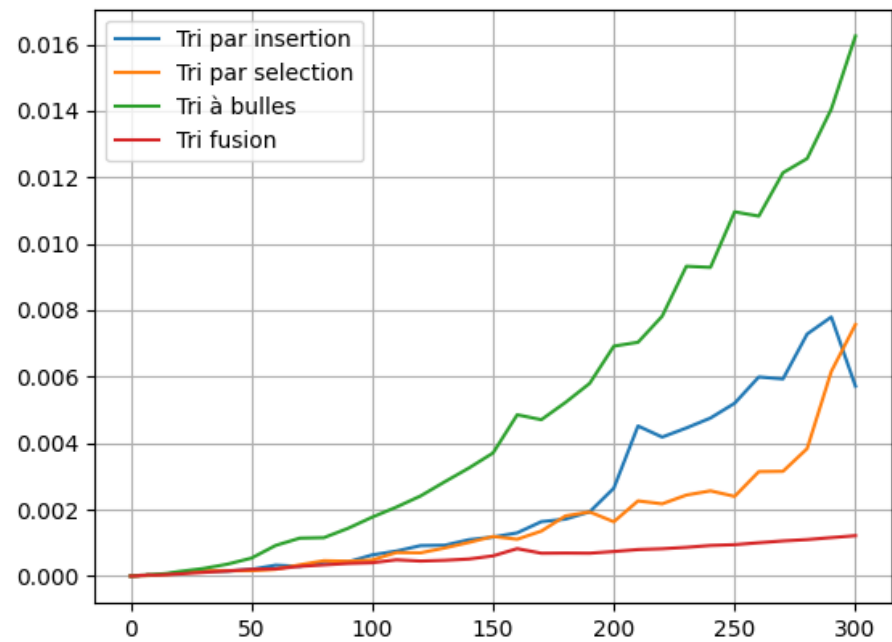
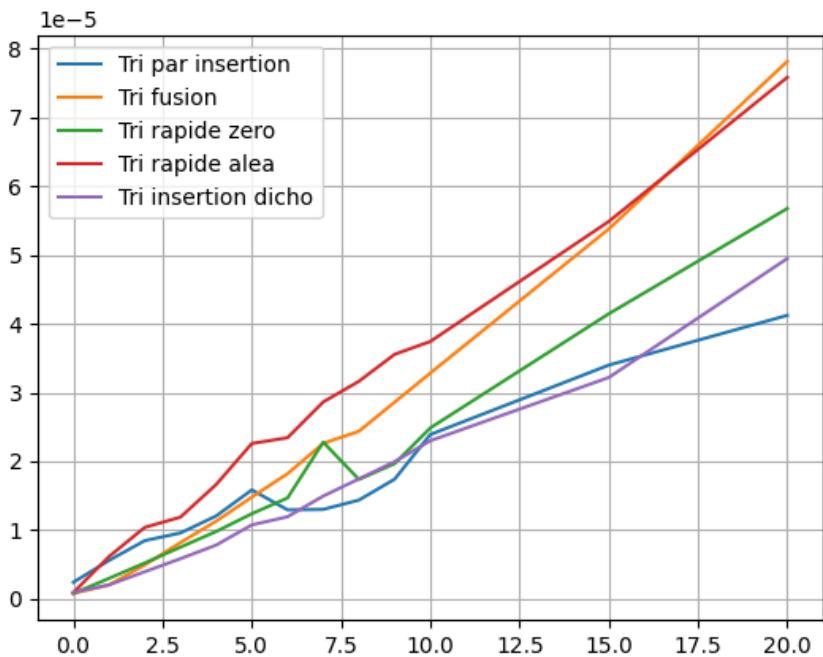
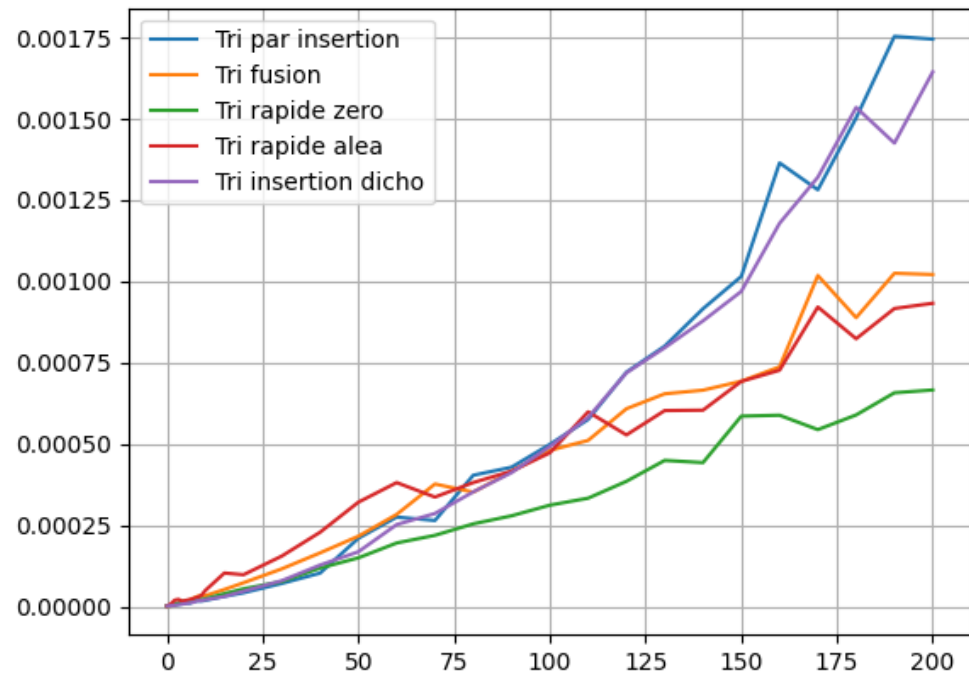
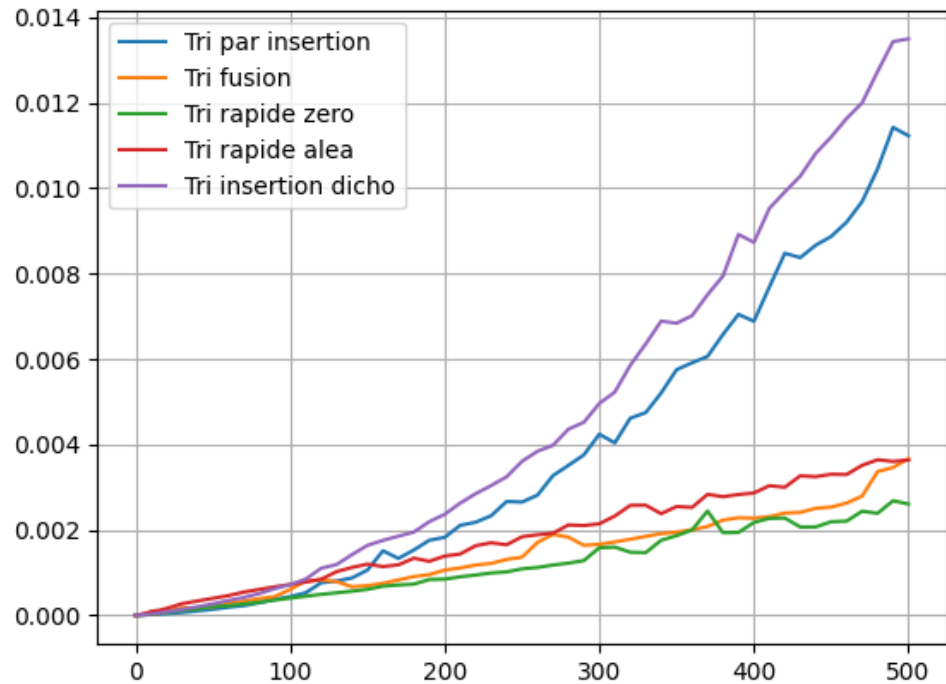
Suite géométrique de raison 2

D'où

$$S_k = \frac{1-2^k}{1-2} = -(1-n)$$

1. ALGORITHMES RÉCURSIFS





MPII
ITC
Séquence 8

Tris

Partie 2 - Tris rapides - Optimisation

II - Tri par comptage
(liste d'entiers positifs à trier)

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe

① Création d'un histogramme des valeurs de la liste

```
list = generer_liste(8, 0, 5) [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]
```

```
histogramme(list)
```

```
[1, 2, 0, 0, 3, 2]
```

```
valeur : 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5
```

L'astuce consiste à remplacer le rôle de l'élément i de `list` qui devient un indice pour `histogramme(list)`

② Création de la liste triée à l'aide de l'histogramme

```
[ 0, 1, 1, 4, 4, 4, 5, 5 ]
```

```
place : 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe

① Création d'un histogramme des valeurs de la liste

```
list = generer_liste(8, 0, 5) [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]
```

```
histogramme(list) [1, 2, 0, 0, 3, 2]  
    valeur :    0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5
```

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'un histogramme (**sous forme de liste**)

```
Fonction histogramme(listaTrier)  
histo ← [0] * (max(listaTrier)+1) # initialisation  
pour element dans listaTrier faire  
    histo[element] ← +1  
retourner histo
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe list [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

histogramme(list) [1, 2, 0, 0, 3, 2]
valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

② Création de la liste triée à l'aide de l'histogramme

[0, 1, 1, 4, 4, 4, 5, 5]
place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'une liste triée d'après un histogramme donné sous forme de liste.

```
Fonction triComptage(listaTrier)
hist ← histogramme(listaTrier)
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)
place ← 0 # indice de l'élément dans la liste triée
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe list [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

histogramme(list) [1, 2, 0, 0, 3, 2]
valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

② Création de la liste triée à l'aide de l'histogramme

[0, 1, 1, 4, 4, 4, 5, 5]
place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'une liste triée d'après un histogramme donné sous forme de liste.

```
Fonction triComptage(listaTrier)
hist ← histogramme(listaTrier)
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)
place ← 0 # indice de l'élément dans la liste triée
pour val de 0 à max(listaTrier) faire # valeur
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe list [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

histogramme(list) [1, 2, 0, 0, 3, 2]
valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

② Création de la liste triée à l'aide de l'histogramme

[0, 1, 1, 4, 4, 4, 5, 5]
place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'une liste triée d'après un histogramme donné sous forme de liste.

```
Fonction triComptage(listaTrier)
hist ← histogramme(listaTrier)
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)
place ← 0 # indice de l'élément dans la liste triée
pour val de 0 à max(listaTrier) faire # valeur
    n_val ← 0 # nb d'élément de cette valeur
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe list [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

histogramme(list) [1, 2, 0, 0, 3, 2]
valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

② Création de la liste triée à l'aide de l'histogramme

[0, 1, 1, 4, 4, 4, 5, 5]
place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'une liste triée d'après un histogramme donné sous forme de liste.

```
Fonction triComptage(listaTrier)
hist ← histogramme(listaTrier)
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)
place ← 0 # indice de l'élément dans la liste triée
pour val de 0 à max(listaTrier) faire # valeur
    n_val ← 0 # nb d'élément de cette valeur
    tant que n_val < hist[val] faire
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe list [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

histogramme(list) [1, 2, 0, 0, 3, 2]
valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

② Création de la liste triée à l'aide de l'histogramme

[0, 1, 1, 4, 4, 4, 5, 5]
place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'une liste triée d'après un histogramme donné sous forme de liste.

```
Fonction triComptage(listaTrier)
hist ← histogramme(listaTrier)
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)
place ← 0 # indice de l'élément dans la liste triée
pour val de 0 à max(listaTrier) faire # valeur
    n_val ← 0 # nb d'élément de cette valeur
    tant que n_val < hist[val] faire
        listeTrie[place] = val
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe list [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

histogramme(list) [1, 2, 0, 0, 3, 2]
valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

② Création de la liste triée à l'aide de l'histogramme

[0, 1, 1, 4, 4, 4, 5, 5]
place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'une liste triée d'après un histogramme donné sous forme de liste.

```
Fonction triComptage(listaTrier)
hist ← histogramme(listaTrier)
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)
place ← 0 # indice de l'élément dans la liste triée
pour val de 0 à max(listaTrier) faire # valeur
    n_val ← 0 # nb d'élément de cette valeur
    tant que n_val < hist[val] faire
        listeTrie[place] = val
        n_val ← +1 # comptage nb élément
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe list [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

histogramme(list) [1, 2, 0, 0, 3, 2]
valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

② Création de la liste triée à l'aide de l'histogramme

[0, 1, 1, 4, 4, 4, 5, 5]
place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'une liste triée d'après un histogramme donné sous forme de liste.

```
Fonction triComptage(listaTrier)
hist ← histogramme(listaTrier)
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)
place ← 0 # indice de l'élément dans la liste triée
pour val de 0 à max(listaTrier) faire # valeur
    n_val ← 0 # nb d'élément de cette valeur
    tant que n_val < hist[val] faire
        listeTrie[place] = val
        n_val ← +1 # comptage nb élément
        place ← +1 # décalage pour élément suivant
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe list [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

histogramme(list) [1, 2, 0, 0, 3, 2]
valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

② Création de la liste triée à l'aide de l'histogramme

[0, 1, 1, 4, 4, 4, 5, 5]
place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'une liste triée d'après un histogramme donné sous forme de liste.

```
Fonction triComptage(listaTrier)
hist ← histogramme(listaTrier)
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)
place ← 0 # indice de l'élément dans la liste triée
pour val de 0 à max(listaTrier) faire # valeur
    n_val ← 0 # nb d'élément de cette valeur
    tant que n_val < hist[val] faire
        listeTrie[place] = val
        n_val ← +1 # comptage nb élément
        place ← +1 # décalage pour élément suivant
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.1. Principe list [4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

histogramme(list) [1, 2, 0, 0, 3, 2]
valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

② Création de la liste triée à l'aide de l'histogramme

[0, 1, 1, 4, 4, 4, 5, 5]
place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'une liste triée d'après un histogramme donné sous forme de liste.

```
Fonction triComptage(listaTrier)
hist ← histogramme(listaTrier)
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)
place ← 0 # indice de l'élément dans la liste triée
pour val de 0 à max(listaTrier) faire # valeur
    n_val ← 0 # nb d'élément de cette valeur
    tant que n_val < hist[val] faire
        listeTrie[place] = val
        n_val ← +1 # comptage nb élément
        place ← +1 # décalage pour élément suivant
retourner listeTrie
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme

Algorithme pour la construction d'un histogramme (**sous forme de liste**)

```
Fonction histogramme(listaTrier, max(listaTrier))  
histo ← [0] * (max(listaTrier)+1)  
pour element dans listaTrier faire  
    histo[element] ← +1  
retourner histo
```

Algorithme pour la construction d'une liste triée d'après un histogramme donné sous forme de liste.

```
Fonction triComptage(listaTrier)  
hist ← histogramme(listaTrier)  
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)  
place ← 0 # indice de l'élément dans la liste triée  
pour val de 0 à max(listaTrier) faire # valeur  
    n_val ← 0 # nb d'élément de cette valeur  
    tant que n_val < hist[val] faire  
        listeTrie[place] = val  
        n_val ← +1 # comptage nb élément  
        place ← +1 # décalage pour élément suivant  
retourner listeTrie
```

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

4	5	1	5	0	4	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0, n_val < hist[0] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4	5	1	5	0	4	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0, n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4	5	1	5	0	4	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

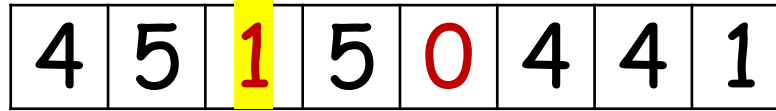
valeur = 1, n_val ← 0 , n_val < hist[1] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

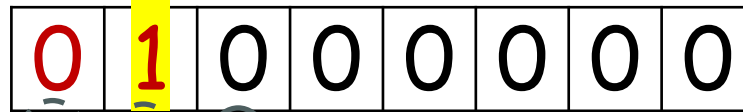


histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))



place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

valeur = 1, n_val ← 0 , n_val < hist[1] ? OUI n_val ← 1 place ← 2 n_val < hist[1] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4 5 1 5 0 4 4 1

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0 1 1 0 0 0 0 0

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

valeur = 1, n_val ← 0 , n_val < hist[1] ? OUI n_val ← 1 place ← 2 n_val < hist[1] ? OUI

n_val ← 2 place ← 3 n_val < hist[1] ? NON

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4	5	1	5	0	4	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0	1	1	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

valeur = 1, n_val ← 0 , n_val < hist[1] ? OUI n_val ← 1 place ← 2 n_val < hist[1] ? OUI

n_val ← 2 place ← 3 n_val < hist[1] ? NON

valeur = 2, n_val ← 0 , n_val < hist[2] ? NON

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4	5	1	5	0	4	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0	1	1	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

valeur = 1, n_val ← 0 , n_val < hist[1] ? OUI n_val ← 1 place ← 2 n_val < hist[1] ? OUI

n_val ← 2 place ← 3 n_val < hist[1] ? NON

valeur = 2, n_val ← 0 , n_val < hist[2] ? NON

valeur = 3, n_val ← 0 , n_val < hist[3] ? NON

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4	5	1	5	0	4	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0	1	1	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

valeur = 1, n_val ← 0 , n_val < hist[1] ? OUI n_val ← 1 place ← 2 n_val < hist[1] ? OUI

n_val ← 2 place ← 3 n_val < hist[1] ? NON

valeur = 2, n_val ← 0 , n_val < hist[2] ? NON

valeur = 3, n_val ← 0 , n_val < hist[3] ? NON

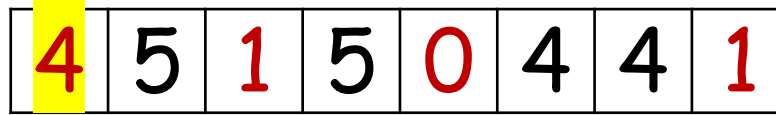
valeur = 4, n_val ← 0 , n_val < hist[4] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]



histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))



place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

valeur = 1, n_val ← 0 , n_val < hist[1] ? OUI n_val ← 1 place ← 2 n_val < hist[1] ? OUI

n_val ← 2 place ← 3 n_val < hist[1] ? NON

valeur = 2, n_val ← 0 , n_val < hist[2] ? NON

valeur = 3, n_val ← 0 , n_val < hist[3] ? NON

valeur = 4, n_val ← 0 , n_val < hist[4] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4	5	1	5	0	4	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0	1	1	4	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0, n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

valeur = 1, n_val ← 0, n_val < hist[1] ? OUI n_val ← 1 place ← 2 n_val < hist[1] ? OUI

n_val ← 2 place ← 3 n_val < hist[1] ? NON

valeur = 2, n_val ← 0, n_val < hist[2] ? NON

valeur = 3, n_val ← 0, n_val < hist[3] ? NON

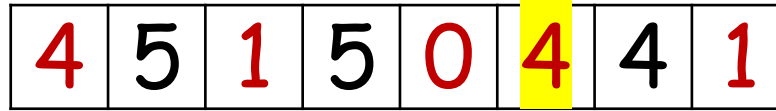
valeur = 4, n_val ← 0, n_val < hist[4] ? OUI n_val ← 1 place ← 4 n_val < hist[4] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]



histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))



place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

valeur = 1, n_val ← 0 , n_val < hist[1] ? OUI n_val ← 1 place ← 2 n_val < hist[1] ? OUI

n_val ← 2 place ← 3 n_val < hist[1] ? NON

valeur = 2, n_val ← 0 , n_val < hist[2] ? NON

valeur = 3, n_val ← 0 , n_val < hist[3] ? NON

valeur = 4, n_val ← 0 , n_val < hist[4] ? OUI n_val ← 1 place ← 4 n_val < hist[4] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4	5	1	5	0	4	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0	1	1	4	4	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

[...]

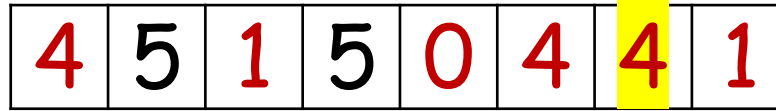
valeur = 4, n_val ← 0 , n_val < hist[4] ? OUI n_val ← 1 place ← 4 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 2 place ← 5 n_val < hist[4] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]



histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))



place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

[...]

valeur = 4, n_val ← 0 , n_val < hist[4] ? OUI n_val ← 1 place ← 4 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 2 place ← 5 n_val < hist[4] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4 5 1 5 0 4 4 1

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0 1 1 4 4 4 0 0

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

[...]

valeur = 4, n_val ← 0 , n_val < hist[4] ? OUI n_val ← 1 place ← 4 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 2 place ← 5 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 3 place ← 6 n_val < hist[4] ? NON

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4	5	1	5	0	4	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0	1	1	4	4	4	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

[...]

valeur = 4, n_val ← 0 , n_val < hist[4] ? OUI n_val ← 1 place ← 4 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 2 place ← 5 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 3 place ← 6 n_val < hist[4] ? NON

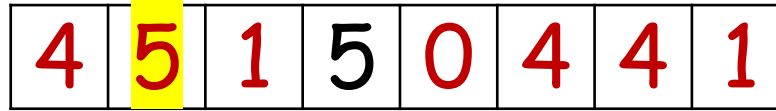
valeur = 5, n_val ← 0 , n_val < hist[5] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]



histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : (0), (1), (2), (3), (4), (5)

triComptage(histogramme(liste initiale))



place : (0), (1), (2), (3), (4), (5), (6), 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

[...]

valeur = 4, n_val ← 0 , n_val < hist[4] ? OUI n_val ← 1 place ← 4 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 2 place ← 5 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 3 place ← 6 n_val < hist[4] ? NON

valeur = 5, n_val ← 0 , n_val < hist[5] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]

4	5	1	5	0	4	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : 0, 1, 2, 3, 4, 5

triComptage(histogramme(liste initiale))

0	1	1	4	4	4	5	0
---	---	---	---	---	---	---	---

place : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

[...]

valeur = 4, n_val ← 0 , n_val < hist[4] ? OUI n_val ← 1 place ← 4 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 2 place ← 5 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 3 place ← 6 n_val < hist[4] ? NON

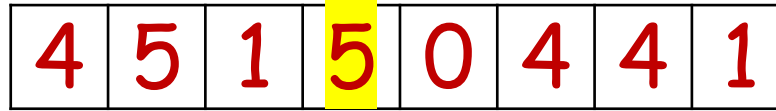
valeur = 5, n_val ← 0 , n_val < hist[5] ? OUI n_val ← 1 place ← 7 n_val < hist[5] ? OUI

2. TRI PAR COMPTAGE

2.2. Algorithme: illustration

liste initiale

[4, 5, 1, 5, 0, 4, 4, 1]



histogramme(liste initiale)

[1, 2, 0, 0, 3, 2]

valeur : (0), (1), (2), (3), (4), (5)

triComptage(histogramme(liste initiale))



place : (0), (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7)

valeur = 0, n_val ← 0 , n_val < hist[0] ? OUI n_val ← 1 place ← 1 n_val < hist[0] ? NON

[...]

valeur = 4, n_val ← 0 , n_val < hist[4] ? OUI n_val ← 1 place ← 4 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 2 place ← 5 n_val < hist[4] ? OUI
n_val ← 3 place ← 6 n_val < hist[4] ? NON

valeur = 5, n_val ← 0 , n_val < hist[5] ? OUI n_val ← 1 place ← 7 n_val < hist[5] ? OUI

2.3. Caractéristiques :

- Stabilité :

- Un tel algorithme est non stable

- Tri en place :

Histogramme = variable intermédiaire

- Un tel algorithme ne trie pas en place

2. TRI PAR COMPTAGE

2.3. Caractéristiques :

- **Complexité:**

$$Ch(n) = n \cdot C_1 + C_0$$

$$C(n) = Ch(n) + C_1 + \max(\text{listaTrier}) \cdot Ci$$

Avec $\max(\text{listaTrier}) = k$

$$C(n) = n \cdot C_1 + C_0 + C_1 + k \cdot Ci$$

➤ **Complexité linéaire en $O(n + k)$**

```
Fonction histogramme(listaTrier)
```

```
histo ← [0] * max(listaTrier)
```

```
pour element dans listaTrier faire
```

```
    histo[element] ← +1
```

```
retourner histo
```

```
Fonction triComptage(listaTrier)
```

```
hist ← histogramme(listaTrier)
```

```
listeTrie ← [0] * taille(listaTrier)
```

```
place ← 0
```

```
pour val de 0 à max(listaTrier) faire
```

```
    n_val ← 0
```

```
    tant que n_val < hist[val] faire
```

```
        listeTrie[place] = val
```

```
        n_val ← +1
```

```
        place ← +1
```

```
retourner listeTrie
```

MPII

ITC

Séquence 7&8

Résumé Tris

RÉSUMÉ TRIS

Tris	Principe Soit L la liste à trier	Complexité		Stable	En place
		Au mieux	Au pire		
Sélection	<ol style="list-style-type: none"> On recherche le min de L et on l'échange avec le 1er terme de L, On sélection le min de L privé de son premier terme et on échange, avec le 2nd terme de L, On procède ainsi sur les sous-listes suivantes. 	$\mathcal{O}(n^2)$		non	oui
Insertion	<ol style="list-style-type: none"> On trie les deux premiers éléments, On insère le troisième élément, « clé » à placer, de façon à avoir les trois premiers éléments ordonnés : on parcourt la liste L, on décale les éléments supérieurs à la « clé » et on répète ce décalage autant de fois que nécessaire afin d'insérer la « clé » à sa place. On réitère sur les éléments suivants à placer. 	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n^2)$	oui	oui
À bulle	On parcourt la liste L, si 2 éléments consécutifs ne sont pas dans l'ordre, ils sont échangés et on recommence jusqu'à exécuter un parcours de L sans échange.	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n^2)$	oui	oui
Fusion (type diviser pour régner)	<ul style="list-style-type: none"> Si L n'a qu'un seul élément, elle est déjà triée, Sinon, on sépare L en 2 parties à peu près égales, On trie récursivement les 2 parties, On fusionne les 2 sous-listes triées en une seule liste triée. 	$\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$		Oui (si on privilégie la liste de gauche)	non
Rapide (quick sort type diviser pour régner)	<ul style="list-style-type: none"> On choisit un pivot à placer (naïvement la 1^{ère} valeur de L), On partitionne L en plaçant les éléments inférieurs au pivot à gauche, les supérieurs à droite, on combine les 2 listes obtenues et le pivot placé, Pour chacune des sous-listes, on définit un nouveau pivot et on réitère récursivement le partitionnement jusqu'à obtenir des listes à 1 élément. 	$\mathcal{O}(n \log(n))$	$\mathcal{O}(n^2)$	non	non
Comptage	<p>Soit L une liste de n entiers positifs à trier :</p> <ol style="list-style-type: none"> Initialisation : m la valeur maximale de la liste L et on crée une liste H remplie de $m + 1$ valeurs nulles (chaque élément $H[i]$ est le nombre d'apparition de la valeur i dans L), Dénombrement : on compte les apparitions de chaque terme de L par un parcours de la liste L en incrémentant de 1 l'élément $H[L[i]]$. A la fin de cette étape, H contient le nb d'apparition de chaque élément de L, Reconstruction : on crée une nouvelle liste contenant dans l'ordre, les éléments de L autant de fois qu'ils apparaissent, à l'aide de la liste H. 	$\mathcal{O}(n + m) \approx \mathcal{O}(n)$		non	Non

Avec m la valeur maximale de la liste L, en général petit

RÉSUMÉ TRIS

