
Analyse dimensionnelle, conversions et ordres de grandeur

Bienvenue en MP2I !

Afin de commencer votre première année en classe préparatoire dans de bonnes conditions, il est indispensable de consacrer dès maintenant une partie de votre temps à la révision du programme de physique du lycée. Ces 3 documents vous permettent d'être au point sur des notions essentielles à travailler et vous donnent des conseils et des outils qui vous serviront pendant les deux prochaines années. Il est possible qu'il ne soit pas entièrement exhaustif : dans le doute, et si vous ne comprenez pas une formule, ou un concept, vous êtes encouragé-e-s à vous renseigner sur Internet.

Il vous est avant tout demandé de retravailler l'intégralité de vos cours de physique de classe de seconde et de spécialité physique de classe de première avant la rentrée.

Je vous recommande également l'utilisation des manuels suivants, disponibles gratuitement en ligne :

- www.lelivrescolaire.fr/page/6225738 (classe de seconde),
- www.lelivrescolaire.fr/page/7135165 (classe de première).
- <https://www.lelivrescolaire.fr/manuels/physique-chimie-terminale-2020> (classe de terminale)

Il est important d'avoir bien compris et appris les parties de "Cours" des chapitres de physique, pour être au niveau dès votre entrée en MP2I :

N'hésitez pas à les travailler et retravailler, notamment si vous sentez que vous manquez d'aisance sur un exercice, ou si vous n'avez pas eu l'occasion de les voir. Pour chaque chapitre, vous pouvez aussi profiter des Quizz, exercices corrigés et QCM.

Vous devrez également réaliser les exercices demandés sur chacun de ces trois documents *Analyse dimensionnelle*, *Projection de forces* et *Python pour la physique*.

Attention, ces exercices demandent une certaine réflexion de votre part. Vous aurez besoin de temps pour rédiger correctement les réponses. Organisez-vous si possible pour faire au moins un exercice par semaine.

Si besoin, n'hésitez pas à me contacter à l'adresse suivante :

juliedevillersmp2i@gmail.com

1 Analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est un outil fondamental en physique. Elle consiste à étudier les **dimensions** des grandeurs physiques intervenant dans une équation afin de vérifier sa cohérence.

Une **dimension** caractérise la nature physique d'une grandeur. Par exemple, une distance possède la dimension d'une longueur, quelle que soit l'unité utilisée pour la mesurer (mètre, kilomètre, centimètre, etc.).

Les dimensions sont indépendantes des unités : elles traduisent la nature physique de la grandeur.

Les trois dimensions fondamentales utilisées dans la majorité des problèmes de mécanique sont :

$$L : \text{Longueur}, \quad M : \text{Masse}, \quad T : \text{Temps}.$$

À partir de ces trois dimensions fondamentales, on peut construire les dimensions de nombreuses grandeurs physiques.

Grandeur	Dimension
Longueur	L
Surface	L^2
Volume	L^3
Masse	M
Temps	T
Vitesse	LT^{-1}
Accélération	LT^{-2}
Force	MLT^{-2}
Travail / Énergie	ML^2T^{-2}
Puissance	ML^2T^{-3}
Pression	$ML^{-1}T^{-2}$
Quantité de mouvement	MLT^{-1}

1.1 Principe d'homogénéité

Toute équation physique doit être homogène.

Cela signifie que les deux membres d'une égalité doivent avoir la même dimension.

Mathématiquement,

$$[\text{membre de gauche}] = [\text{membre de droite}].$$

Cette propriété est appelée le **principe d'homogénéité**.

Elle constitue un excellent moyen de détecter une erreur dans une équation ou dans un résultat de calcul.

Méthode :

Pour réaliser une analyse dimensionnelle :

1. Identifier toutes les grandeurs physiques.
2. Remplacer chaque grandeur par sa dimension.
3. Simplifier les puissances.
4. Comparer les dimensions des deux membres.
5. Conclure sur la cohérence de l'équation.

Exemple 1 : vitesse

La vitesse est définie par

$$v = \frac{d}{t}.$$

On remplace les grandeurs par leurs dimensions :

$$[v] = \frac{L}{T} = LT^{-1}.$$

La vitesse possède donc la dimension

$$\boxed{LT^{-1}}.$$

Exemple 2 : force

La deuxième loi de Newton s'écrit

$$F = ma.$$

Or

$$[m] = M, \quad [a] = LT^{-2}.$$

Donc

$$[F] = MLT^{-2}.$$

Exemple 3 : vérification d'une formule

On propose

$$v = \sqrt{gh}.$$

Comme

$$[g] = LT^{-2}, \quad [h] = L,$$

on obtient

$$[v] = \sqrt{L^2 T^{-2}} = LT^{-1},$$

qui est bien la dimension d'une vitesse.

La relation est donc homogène.

Attention : L'homogénéité ne garantit pas la validité physique.

2 Conversions d'unités

Méthode : Toujours écrire les conversions sous forme de fractions pour simplifier les unités.

Exemple

$$72 \text{ km/h} = 72 \times \frac{1000}{3600} = 20 \text{ m/s}$$

Conversions utiles

Préfixe	Symbole	Facteur multiplicatif
Téra	T	10^{12}
Giga	G	10^9
Méga	M	10^6
kilo	k	10^3
hecto	h	10^2
déca	da	10^1
(unité)	—	10^0
déci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

TABLE 1 – Préfixes usuels du Système International

3 Puissances de 10

Notation scientifique :

$$a \times 10^n \quad (1 \leq a < 10)$$

Exemples :

$$4500 = 4.5 \times 10^3 \quad ; \quad 0.0006 = 6 \times 10^{-4}$$

Règles :

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b} \quad ; \quad \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$$

4 Ordres de grandeur

Méthode : Un ordre de grandeur est une puissance de 10 approchée.

Exemples :

- taille humaine : 10^0 m
- masse Terre : 10^{24} kg
- durée année : 10^7 s

5 Exercices

Exercice 1

Convertir :

- 3.6 km en m
- 250 ms en s
- 5.4 MJ en J
- 0.75 mm en m

Exercice 2

Un cycliste parcourt 18 km en 45 min.

- convertir en unités SI
- calculer la vitesse en m/s

Exercice 3

Écrire en notation scientifique :

- 560000
- 0.00042
- 72000000
- 0.00000031

Exercice 4

Ordres de grandeur :

- masse d'un stylo : 12 g
- distance Terre-Lune : 3.84×10^8 m
- vitesse du son : 340 m/s

Exercice 5

Vérifier l'homogénéité :

- $E = mgh$
- $v = \sqrt{2gh}$
- $F = \frac{mv^2}{r}$

Exercice 6

Une voiture roule à 108 km/h :

- convertir en m/s
- distance en 12 s
- ordre de grandeur

Conclusion

L'analyse dimensionnelle et les ordres de grandeur sont essentiels pour :

- vérifier les résultats
- éviter les erreurs
- développer l'intuition physique