

C O L L E N° 0 0

D. L. & séries numériques

Exercice 1. Etudier la limite $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \tan(3x) \cdot \ln(2 \sin x)$.

Exercice 2. Soit un réel $x \in]0, \pi[$. Soit, pour chaque $n \in \mathbb{N}^*$, $f_n(x) = \cos^{n-1}(x) \cdot \cos[(n+1)x]$. Montrer que la série $\sum f_n(x)$ converge et que $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) = -1$.

Exercice 3. Soit $u_n = \frac{1}{\sqrt{n + (-1)^n}}$ pour tout $n \geq 2$.

1. La suite (u_n) est-elle monotone à partir d'un certain rang ?
2. La série $\sum u_n$ est-elle convergente ?
3. La série $\sum (-1)^n u_n$ est-elle convergente ?