

PROGRAMME DE LA COLLE N° 3

*Semaine du 30/09/2024***Algèbre linéaire** ▷ **chapitre II et TD n°2** :

1. familles libres ou génératrices, bases, sous-espaces vectoriels ;
2. application linéaire $u : E \rightarrow F$ en dimension finie ou infinie, noyau et image, $\text{Im}(u) = \text{Vect}(u(e_1), \dots, u(e_n))$ si (e_1, \dots, e_n) est une base de E ;
3. représentations matricielle d'une application linéaire dans une base, formules de passage, utilisation d'une base adaptée à un problème ;
4. tout supplémentaire du noyau est isomorphe à l'image et (si l'ev de départ est de dimension finie) théorème du rang ;
5. trace, rang et déterminant sont des invariants de similitude ;
6. produit, intersection, somme et somme directe de deux ou plusieurs sev F_1, \dots, F_p d'un ev E , propriétés de l'application $F_1 \times \dots \times F_p \rightarrow E$, $(x_1, \dots, x_p) \mapsto x_1 + \dots + x_p$;
7. projecteurs et symétries ;
8. stabilité d'un sev par un endomorphisme ; si deux endomorphismes commutent, alors le noyau et l'image de l'un sont stables par l'autre

comme la semaine dernière, et aussi :

9. formes linéaires et hyperplans ;
10. déterminant de Vandermonde ;
11. calcul matriciel par blocs, matrices et déterminants triangulaires ou diagonaux par blocs ;
12. polynômes annulateurs d'une matrice A & application aux calcul des puissances ou de l'inverse de A ;
13. polynôme minimal μ_A d'une matrice A , $\dim \mathbb{K}[A] = \deg \mu_A$;
14. indice de nilpotence et polynôme minimal d'une matrice nilpotente ;
15. lemme des noyaux.

À venir : Intégrales