

PROGRAMME DE LA COLLE N° 5

Semaine du 14/10/2024

• **Intégrales généralisées** ▷ **Chapitre III & TD n° 3**. Étudier la nature de l'intégrale, voire calculer l'intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un intervalle, impropre à une extrémité ou aux deux extrémités :

1. primitive d'une fonction continue sur un intervalle ;
2. intégrale d'une fonction *cpm* sur un segment ;
3. fonction *cpm* sur un intervalle ;
4. intégrales faussement impropres ;
5. critères de Riemann en 0 et en $+\infty$;
6. comparaison \leq , équivalence \sim , o et O de fonctions positives ;
7. convergence absolue (qui implique la convergence) ;
8. comparaison série-intégrale ;
9. intégration par partie :
 - en se ramenant au cas d'une intégrale sur un segment avant d'étudier la limite ;
 - ou directement avec l'intégrale généralisée (en prenant soin d'étudier la nature du terme entre crochets) ;
10. changement de variable (*CDV*) :
 - en se ramenant au cas d'une intégrale sur un segment (sous l'hypothèse *CDV* \mathcal{C}^1) ;
 - ou directement avec l'intégrale généralisée (sous l'hypothèse *CDV* \mathcal{C}^1 et strictement monotone) ;
11. intégration des relations de comparaison (par analogie avec les somme partielle et reste d'une série) ;
12. formule de Taylor avec reste intégral.

• Et aussi, en MPI* seulement :

Arithmétique, structures & polynômes ▷ **annexe A (§A.1 à §A.4) & TD A**

1. groupes, anneaux, corps, algèbres ;
2. division euclidienne dans \mathbb{Z} et dans $\mathbb{R}[X]$;
3. idéaux d'un anneau commutatif, idéaux de \mathbb{Z} et de $\mathbb{R}[X]$;
4. la somme de deux idéaux est un idéal (et pgcd dans \mathbb{Z}), l'intersection de deux idéaux est un idéal (et ppcm dans \mathbb{Z}) ;
5. lemme de Bézout, lemme de Gauss ;
6. éléments inversibles de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et indicatrice d'Euler ;
7. groupe symétrique ;
8. ordre d'un élément d'un groupe fini, l'ordre d'un élément divise le cardinal du groupe ;
9. théorème d'Euler, petit théorème de Fermat.