

PROGRAMME DE LA COLLE N° 8

Semaine du 18/11/2024

-
1. **Réduction d'un endomorphisme** (comme la semaine dernière).
 2. **Suites de fonctions** ▷ **chapitre V & TD n° 5** :
 - savoir montrer qu'une suite de fonctions converge simplement sur une partie I de \mathbb{R} ;
 - savoir montrer que la convergence est uniforme en utilisant le *sup* ;
 - savoir montrer que la convergence n'est pas uniforme en utilisant le *sup* ou une suite de points $u_n \in I$ ou en raisonnant par l'absurde grâce aux théorèmes suivants ;
 - la limite uniforme d'une suite de fonctions continues est une fonction continue ;
 - (intervertir $\lim_{x \rightarrow a}$ et $\lim_{n \rightarrow \infty}$) théorème de la double limite ;
 - (intervertir \int_a^b et $\lim_{n \rightarrow \infty}$ sur un segment $[a, b]$) si la convergence d'une suite de fonctions f_n continues est uniforme sur un segment $[a, b]$, alors on peut intervertir limite et intégrale, autrement dit la suite des réels $\int_a^b f_n(t) dt$ converge et sa limite vaut $\int_a^b \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(t) dt$;
 - (intervertir \int_I et $\lim_{n \rightarrow \infty}$ sur un intervalle I) théorème de la convergence dominée (l'intervalle I n'est pas nécessairement un segment et l'intégrale peut donc être impropre, les fonctions sont *cpm* et pas nécessairement continues, la convergence est simple et pas nécessairement uniforme mais on domine la suite de fonctions) ;
 - théorème d'inversion de la dérivée $\frac{d}{dx}$ et de la limite $\lim_{n \rightarrow \infty}$ & généralisation à une classe \mathcal{C}^k , à la classe \mathcal{C}^∞ ;
 - ~~continuité uniforme, théorème de Heine~~ ;
 - théorème d'approximation de Weierstrass.