

Vds 26/11/2024. Démontrer les formules suivantes :

1. (*petite formule*)  $p \binom{n}{p} = n \binom{n-1}{p-1}$

2.  $\sum_{p=0}^n \binom{n}{p} = 2^n$  (de deux manières : formule du binôme et dénombrement)

3. (*triangle de Pascal*)  $\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$

4. (*formule de Vandermonde*)  $\sum_{p=0}^n \binom{a}{p} \binom{b}{n-p} = \binom{a+b}{n}$  (de deux manières : développement de  $(1+x)^{a+b}$  et dénombrement)

5.  $\sum_{k=p}^n \binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}$  (de deux manières : télescope et dénombrement).