Kdo du 31/01/2025

E.v.n.

Exercice 1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Soit $\mathcal{A}_n$, respectivement $\mathcal{S}_n$, le sous-espace vectoriel des matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ antisymétriques, respectivement symétriques.

1) Montrer que $\mathcal{A}_n$ et $\mathcal{S}_n$ sont fermés.

2) Soint A une matrice antisymétrique telle que la suite $(A^k)_{k\in\mathbb{N}}$ converge. Quelle est sa limite ?

Exercice 2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Soit une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ telle que la suite $(A^k)_{k\in\mathbb{N}}$ converge. Montrer sa limite est un projecteur.

Exercice 3 (une preuve du théorème de Cayley-Hamilton)**.** Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On rappelle que l'ensemble des matrices diagonalisables de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ est dense dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ ▷ **exo 9 du TD 11**.

1) Montrer que, si D est une matrice diagonale, alors $\chi_D(D) = 0$.

2) En déduire que, pour toute matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, $\chi_A(A) = 0$.