

## PROGRAMME DE LA COLLE N° 3

*Semaine du 29/09/2025***Algèbre linéaire ▷ chapitre II et TD n°2 :**

1. familles libres ou génératrices, bases, sous-espaces vectoriels ;
2. application linéaire  $u : E \rightarrow F$  en dimension finie ou infinie, noyau et image,  $\text{Im}(u) = \text{Vect}(u(e_1), \dots, u(e_n))$  si  $(e_1, \dots, e_n)$  est une base de  $E$  ;
3. représentations matricielle d'une application linéaire dans une base, formules de passage, utilisation d'une base adaptée à un problème ;
4. tout supplémentaire du noyau est isomorphe à l'image et (si l'ev de départ est de dimension finie) théorème du rang ;
5. trace, rang et déterminant sont des invariants de similitude ;
6. produit, intersection, somme et somme directe de deux ou plusieurs sev  $F_1, \dots, F_p$  d'un ev  $E$ , propriétés de l'application  $F_1 \times \dots \times F_p \rightarrow E$ ,  $(x_1, \dots, x_p) \mapsto x_1 + \dots + x_p$  ;
7. projecteurs et symétries ;
8. stabilité d'un sev par un endomorphisme ; si deux endomorphismes commutent, alors le noyau et l'image de l'un sont stables par l'autre ; *endo* induit par un *endo* sur un sev stable ;
9. déterminant de Vandermonde ;
10. calcul matriciel par blocs, matrices et déterminants triangulaires ou diagonaux par blocs ;
11. formes linéaires et hyperplans (en dimension finie ou infinie).

comme la semaine dernière, et aussi :

12. polynômes annulateurs d'une matrice  $A$  & application aux calcul des puissances ou de l'inverse de  $A$  ;
13. polynôme minimal  $\mu_A$  d'une matrice  $A$ ,  $\dim \mathbb{K}[A] = \deg \mu_A$  ;
14. indice de nilpotence et polynôme minimal d'une matrice nilpotente ;
15. lemme des noyaux.