

P R O G R A M M E D E L A C O L L E N ° 5

S e m a i n e d u 1 3 / 1 0 / 2 0 2 4

• **Intégrales généralisées** ▷ **Chapitre III & TD n° 3**. Étudier la nature de l'intégrale, voire calculer l'intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un intervalle, impropre à une extrémité ou aux deux extrémités :

1. primitive d'une fonction continue sur un intervalle ;
2. sommes de Riemann ;
3. intégrale d'une fonction *cpm* sur un segment ;
4. fonction *cpm* sur un intervalle ;
5. intégrales faussement impropres ;
6. critères de Riemann en 0 et en $+\infty$;
7. comparaison $\leq$, équivalence $\sim$, o et O de fonctions positives ;
8. convergence absolue (qui implique la convergence) ;
9. comparaison série-intégrale ;
10. intégration par partie :
 - en se ramenant au cas d'une intégrale sur un segment avant d'étudier la limite ;
 - ou directement avec l'intégrale généralisée (en prenant soin d'étudier la nature du terme entre crochets) ;
11. changement de variable (*CDV*) :
 - en se ramenant au cas d'une intégrale sur un segment (sous l'hypothèse *CDV* $\mathcal{C}^1$) ;
 - ou directement avec l'intégrale généralisée (sous l'hypothèse *CDV* $\mathcal{C}^1$ et strictement monotone) ;
12. intégration des relations de comparaison (par analogie avec les somme partielle et reste d'une série) ;
13. formule de Taylor avec reste intégral.

Et aussi, en MPI* seulement :

• **Arithmétique, structures & polynômes** ▷ **annexe A**

1. groupes, anneaux, corps, algèbres ;
2. division euclidienne dans $\mathbb{Z}$ et dans $\mathbb{R}[X]$;
3. idéaux d'un anneau commutatif, idéaux de $\mathbb{Z}$ et de $\mathbb{R}[X]$;
4. la somme de deux idéaux est un idéal (et pgcd dans $\mathbb{Z}$), l'intersection de deux idéaux est un idéal (et ppcm dans $\mathbb{Z}$) ;
5. lemme de Bézout, lemme de Gauss ;
6. éléments inversibles de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et indicatrice d'Euler ;
7. ~~théorème chinois~~ ;
8. groupe symétrique ;
9. ~~ordre d'un élément d'un groupe fini, l'ordre d'un élément divise le cardinal du groupe ;~~
10. ~~théorème d'Euler, petit théorème de Fermat.~~