

PROGRAMME DE LA COLLE N° 5

Semaine du 13/10/2025

• **Intégrales généralisées** ▷ **Chapitre III & TD n° 3**. Étudier la nature de l'intégrale, voire calculer l'intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un intervalle, impropre à une extrémité ou aux deux extrémités :

1. primitive d'une fonction continue sur un intervalle ;
2. sommes de Riemann ;
3. intégrale d'une fonction *cpm* sur un segment ;
4. fonction *cpm* sur un intervalle ;
5. intégrales faussement impropres ;
6. critères de Riemann en 0 (ou décalé en $a \in \mathbb{R}$) et en $+\infty$;
7. intégrales de référence $\int_0^1 \ln(t) dt$ et $\int_0^{+\infty} e^{-Kt} dt$;
8. comparaison \leq , équivalence \sim , o et O de fonctions positives ;
9. convergence absolue (qui implique la convergence) ;
10. comparaison série-intégrale ;
11. intégration par partie :
 - en se ramenant au cas d'une intégrale sur un segment avant d'étudier la limite ;
 - ou directement avec l'intégrale généralisée (en prenant soin d'étudier la nature du terme entre crochets) ;
12. changement de variable (*CDV*) :
 - en se ramenant au cas d'une intégrale sur un segment (sous l'hypothèse *CDV* \mathcal{C}^1) ;
 - ou directement avec l'intégrale généralisée (sous l'hypothèse *CDV* \mathcal{C}^1 et strictement monotone) ;
13. intégration des relations de comparaison (par analogie avec les somme partielle et reste d'une série) ;
14. formule de Taylor avec reste intégral.

Et aussi, en MPI* seulement :

• **Arithmétique, structures & polynômes** ▷ **annexe A & TD A**

1. groupes, anneaux, corps, algèbres ;
2. division euclidienne dans \mathbb{Z} et dans $\mathbb{R}[X]$;
3. idéaux d'un anneau commutatif, idéaux de \mathbb{Z} et de $\mathbb{R}[X]$;
4. la somme de deux idéaux est un idéal (et pgcd dans \mathbb{Z}), l'intersection de deux idéaux est un idéal (et ppcm dans \mathbb{Z}) ;
5. lemme de Bézout, lemme de Gauss ;
6. éléments inversibles de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et indicatrice d'Euler ;
7. théorème chinois ;
8. groupe symétrique ;
9. ordre d'un élément d'un groupe fini, l'ordre d'un élément divise le cardinal du groupe ;
10. théorème d'Euler, petit théorème de Fermat.