

C O L L E N° 0 6

I n t é g r a l e & r é d u c t i o n s

Exercice 1 (Oral Petites Mines 2010). Quelle est la nature de l'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{x} \ln \left(\frac{2+x}{1+x} \right) dx$?

Exercice 2. 1. Montrer que l'intégrale $I = \int_{-1}^{+1} \frac{1}{(2-x^2)\sqrt{1-x^2}} dx$ converge.

2. Montrer que

$$I = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{d\theta}{1 + \cos^2 \theta}.$$

3. Par le changement de variables $u = \tan \theta$, déterminer la valeur de I .

Exercice 3. Soit α un réel et soit A la matrice définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 3-\alpha & \alpha-5 & \alpha \\ -\alpha & \alpha-2 & \alpha \\ 5 & -5 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$$

Pour quelle(s) valeur(s) de α la matrice A est-elle diagonalisable ?