

PROGRAMME DE LA COLLE N° 9

Semaine du 24/11/2025

1. Suites de fonctions ▷ chapitre V & TD n° 5 :

- savoir montrer qu’une suite de fonctions converge simplement sur une partie I de $\mathbb{R}$;
- savoir montrer que la convergence est uniforme en utilisant le *sup* ;
- savoir montrer que la convergence n’est pas uniforme en utilisant le *sup* ou une suite de points $u_n \in I$ ou en raisonnant par l’absurde grâce aux théorèmes suivants ;
- la limite uniforme d’une suite de fonctions continues est une fonction continue ;
- (intervertir $\lim_{x \rightarrow a}$ et $\lim_{n \rightarrow \infty}$) théorème de la double limite ;
- (intervertir $\int_a^b$ et $\lim_{n \rightarrow \infty}$ sur un segment $[a, b]$) si la convergence d’une suite de fonctions f_n continues est uniforme sur un segment $[a, b]$, alors on peut intervertir limite et intégrale, autrement dit la suite des réels $\int_a^b f_n(t) dt$ converge et sa limite vaut $\int_a^b \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(t) dt$;
- (intervertir $\int_I$ et $\lim_{n \rightarrow \infty}$ sur un intervalle I) théorème de la convergence dominée (l’intervalle I n’est pas nécessairement un segment et l’intégrale peut donc être impropre, les fonctions sont *cpm* et pas nécessairement continues, la convergence est simple et pas nécessairement uniforme mais on domine la suite de fonctions) ;
- théorème d’interversion de la dérivée $\frac{d}{dx}$ et de la limite $\lim_{n \rightarrow \infty}$ & généralisation à une classe $\mathcal{C}^k$, à la classe $\mathcal{C}^\infty$;
- continuité uniforme, théorème de Heine ;
- théorème d’approximation de Weierstrass.

2. Probabilités ▷ chapitre VI & TD n° 6 :

- σ –additivité, additivité & croissance d’une probabilité ;
- ~~théorème de la continuité (dé)croissante~~, événements presque certains ou presque impossibles ;
- ~~sous-additivité & σ –sous-additivité d’une proba~~ ;
- dénombrement & équiprobabilité dans un univers fini ;
- indépendance deux à deux & indépendance d’événements, probabilité conditionnelle ;
- formule des probabilités totales sous l’hypothèse que l’union des événements est disjointe et (presque) certaine ;
- formule des probabilités composées ;
- formule de Bayes.