

PROGRAMME DE LA COLLE N° 11

Semaine du 8/12/2025

-
- Suites de fonctions ▷ chapitre V & TD n° 5 :
 - Séries de fonctions ▷ chapitre VII & TD n° 7 :
 - savoir montrer qu’une série de fonctions converge simplement, uniformément voire normalement sur une partie I de $\mathbb{R}$;
 - une série de fonctions converge uniformément *ssi* la suite des restes converge uniformément vers 0 (la fonction nulle) ;
 - si une série de fonctions converge uniformément, alors la suite de fonctions converge uniformément vers 0 (la fonction nulle) ;
 - la convergence uniforme sur un intervalle I préserve la continuité sur I ;
 - la convergence normale d’une série de fonctions implique sa convergence uniforme ;
 - savoir montrer qu’une convergence est ou n’est pas normale ;
 - (intervertir $\lim_{x \rightarrow a}$ et $\sum_{n=0}^{\infty}$) théorème de la double limite ;
 - (intervertir $\int$ et $\sum_{n=0}^{\infty}$) intégrer terme à terme grâce à un théorème où la série de fonctions converge uniformément sur un segment & grâce à un théorème d’intégration terme à terme sur un intervalle quelconque ;
 - (intervertir $\frac{d}{dx}$ et $\sum_{n=0}^{\infty}$) théorème de dérivation terme à terme & généralisation à une classe $\mathcal{C}^k$;
 - savoir utiliser ces théorèmes sur des intervalles plus restreints que I puis étendre la conclusion (si c’est une propriété locale) à l’intervalle I ;
 - savoir utiliser ces théorèmes pour montrer par l’absurde qu’une série de fonctions ne converge pas uniformément sur I ;
 - savoir appliquer le théorème de la convergence dominée à la suite des sommes partielles d’une série de fonctions.