

Ex 14 (due finie ou ∞):

$$Sp(n)$$

$$Sp(n^{-1})$$

D'ap la remarque 13, $0 \notin Sp(n)$ car mat inversible
 Soit $\lambda \in Sp(n)$:

$$\lambda \in Sp(n) \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda} \in Sp(n^{-1})$$

$$\exists \vec{x} \in \mathbb{R}^n, \vec{x} \neq \vec{0}$$

$$\begin{cases} \vec{x} \neq \vec{0} \\ u(\vec{x}) = \lambda \vec{x} \end{cases}$$

$$, \text{ d'où } u^{-1}(u(\vec{x})) = u^{-1}(\lambda \vec{x})$$

$$\vec{x} = \lambda u^{-1}(\vec{x}) \text{ par linéarité}$$

$$SEP_n(\lambda) = SEP_{n^{-1}}\left(\frac{1}{\lambda}\right)$$

$$E_\lambda(n) = E_{\frac{1}{\lambda}}(n^{-1})$$

$$\text{Ker}(\lambda \text{id} - n) = \text{Ker}\left(\frac{1}{\lambda} \text{id} - n^{-1}\right).$$

$\Rightarrow$

$$\frac{1}{\lambda} \in Sp(n^{-1})$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda} \vec{x} = u^{-1}(\vec{x}) \\ \vec{x} \neq \vec{0} \end{cases}$$

car $\lambda \neq 0$