

PROGRAMME DE LA COLLE N° 3 BIS

Semaine du 12/10/2026

• Algèbre linéaire ▷ chapitre II et TD n°2 :

1. familles libres ou génératrices, bases, sous-espaces vectoriels ;
2. application linéaire $u : E \rightarrow F$ en dimension finie ou infinie, noyau et image, $\text{Im}(u) = \text{Vect}(u(e_1), \dots, u(e_n))$ si $(e_1, \dots, e_n)$ est une base de E ;
3. représentations matricielle d'une application linéaire dans une base, formules de passage, utilisation d'une base adaptée à un problème ;
4. tout supplémentaire du noyau est isomorphe à l'image et (si l'ev de départ est de dimension finie) théorème du rang ;
5. trace, rang et déterminant sont des invariants de similitude ;
6. produit, intersection, somme et somme directe de deux ou plusieurs sev $F_1, \dots, F_p$ d'un ev E , propriétés de l'application $F_1 \times \dots \times F_p \rightarrow E$, $(x_1, \dots, x_p) \mapsto x_1 + \dots + x_p$;
7. projecteurs et symétries ;
8. stabilité d'un sev par un endomorphisme ; si deux endomorphismes commutent, alors le noyau et l'image de l'un sont stables par l'autre ; endo induit par un endo sur un sev stable ;
9. déterminant de Vandermonde ;
10. calcul matriciel par blocs, matrices et déterminants triangulaires ou diagonaux par blocs ;
11. formes linéaires et hyperplans (en dimension finie ou infinie)
12. polynômes annulateurs d'une matrice A & application aux calcul des puissances ou de l'inverse de A ;
13. polynôme minimal μ_A d'une matrice A , $\dim \mathbb{K}[A] = \deg \mu_A$;
14. indice de nilpotence et polynôme minimal d'une matrice nilpotente ;
15. lemme des noyaux.

• Intégrales généralisées ▷ Chapitre III & TD n° 3.

Étudier la nature de l'intégrale, voire calculer l'intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un intervalle, impropre à une extrémité ou aux deux extrémités :

1. primitive d'une fonction continue sur un intervalle ;
2. sommes de Riemann ;
3. intégrale d'une fonction *cpm* sur un segment ;
4. fonction *cpm* sur un intervalle ;
5. intégrales faussement impropres ;
6. critères de Riemann en 0 (ou décalé en $a \in \mathbb{R}$) et en $+\infty$;
7. intégrales de référence $\int_0^1 \ln(t) dt$ et $\int_0^{+\infty} e^{-Kt} dt$;
8. comparaison $\leq$, équivalence $\sim$, o et O de fonctions positives ;
9. convergence absolue (qui implique la convergence) ;
10. comparaison série-intégrale ;
11. intégration par partie :
 - en se ramenant au cas d'une intégrale sur un segment avant d'étudier la limite ;
 - ou directement avec l'intégrale généralisée (en prenant soin d'étudier la nature du terme entre crochets) ;
12. changement de variable (*CDV*) :
 - en se ramenant au cas d'une intégrale sur un segment (sous l'hypothèse *CDV* $\mathcal{C}^1$) ;
 - ou directement avec l'intégrale généralisée (sous l'hypothèse *CDV* $\mathcal{C}^1$ et strictement monotone) ;
13. ~~intégration des relations de comparaison (par analogie avec les somme partielle et reste d'une série) ;~~
14. ~~formule de Taylor avec reste intégral.~~