Programme de la colle n° 6

Semaine du 16/11/2026

Suites de fonctions ▷ chapitre V & TD n° 5

1. savoir montrer qu'une suite de fonctions converge simplement sur une partie I de $\mathbb{R}$;
2. savoir montrer que la convergence est uniforme en utilisant le *sup* ;
3. savoir montrer que la convergence n'est pas uniforme en utilisant le *sup* ou une suite de points $u_n \in I$ ou en raisonnant par l'absurde grâce aux théorèmes suivants ;
4. la limite uniforme d'une suite de fonctions continues est une fonction continue ;
5. ~~(intervertir $\lim_{x\to a}$ et $\lim_{n\to\infty}$) théorème de la double limite~~ ;
6. (intervertir $\int_a^b$ et $\lim_{n\to\infty}$ sur un segment $[a,b]$) si la convergence d'une suite de fonctions f_n continues est uniforme sur un segment $[a,b]$, alors on peut intervertir limite et intégrale, autrement dit la suite des réels $\int_a^b f_n(t)\,dt$ converge et sa limite vaut $\int_a^b \lim_{n\to\infty} f_n(t)\,dt$;
7. (intervertir $\int_I$ et $\lim_{n\to\infty}$ sur un intervalle I) théorème de la convergence dominée (l'intervalle I n'est pas nécessairement un segment et l'intégrale peut donc être impropre, les fonctions sont *cpm* et pas nécessairement continues, la convergence est simple et pas nécessairement uniforme mais on domine la suite de fonctions) ;
8. ~~théorème d'interversion de la dérivée $\frac{d}{dx}$ et de la limite $\lim_{n\to\infty}$ & généralisation à une classe $\mathcal{C}^k$, à la classe $\mathcal{C}^\infty$~~ ;
9. ~~continuité uniforme, théorème de Heine~~ ;
10. ~~théorème d'approximation de Weierstrass~~.

Et aussi, en MPI* :

• **Arithmétique, structures & polynômes ▷ annexe A & TD A**

1. groupes, anneaux, corps, algèbres ;
2. division euclidienne dans $\mathbb{Z}$ et dans $\mathbb{R}[X]$;
3. idéaux d'un anneau commutatif, idéaux de $\mathbb{Z}$ et de $\mathbb{R}[X]$;
4. la somme de deux idéaux est un idéal (et pgcd dans $\mathbb{Z}$), l'intersection de deux idéaux est un idéal (et ppcm dans $\mathbb{Z}$) ;
5. lemme de Bézout, lemme de Gauss ;
6. éléments inversibles de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ~~et indicatrice d'Euler~~ ;
7. théorème chinois ;
8. ~~groupe symétrique~~ ;
9. ~~ordre d'un élément d'un groupe fini, l'ordre d'un élément divise le cardinal du groupe~~ ;
10. ~~théorème d'Euler, petit théorème de Fermat~~.