Programme de la colle n° 7

Semaine du 23/11/2026

• **Suites de fonctions ▷ chapitre V & TD n° 5**

1. savoir montrer qu'une suite de fonctions converge simplement sur une partie I de $\mathbb{R}$;
2. savoir montrer que la convergence est uniforme en utilisant le *sup* ;
3. savoir montrer que la convergence n'est pas uniforme en utilisant le *sup* ou une suite de points $u_n \in I$ ou en raisonnant par l'absurde grâce aux théorèmes suivants ;
4. la limite uniforme d'une suite de fonctions continues est une fonction continue ;
5. (intervertir $\lim\limits_{x\to a}$ et $\lim\limits_{n\to\infty}$) théorème de la double limite ;
6. (intervertir $\int_a^b$ et $\lim\limits_{n\to\infty}$ sur un segment $[a,b]$) si la convergence d'une suite de fonctions f_n continues est uniforme sur un segment $[a,b]$, alors on peut intervertir limite et intégrale, autrement dit la suite des réels $\int_a^b f_n(t)\,dt$ converge et sa limite vaut $\int_a^b \lim\limits_{n\to\infty} f_n(t)\,dt$;
7. (intervertir $\int_I$ et $\lim\limits_{n\to\infty}$ sur un intervalle I) théorème de la convergence dominée (l'intervalle I n'est pas nécessairement un segment et l'intégrale peut donc être impropre, les fonctions sont *cpm* et pas nécessairement continues, la convergence est simple et pas nécessairement uniforme mais on domine la suite de fonctions) ;
8. théorème d'interversion de la dérivée $\frac{d}{dx}$ et de la limite $\lim\limits_{n\to\infty}$ ~~& généralisation à $\mathcal{C}^k$ et à $\mathcal{C}^\infty$~~ ;
9. continuité uniforme, théorème de Heine ;
10. théorème d'approximation de Weierstrass.

• **Probabilités ▷ chapitre VI & TD n° 6** :

— $\sigma-$additivité, additivité, sous-additivité & croissance d'une probabilité ;
— ~~théorème de la continuité (dé)croissante, événements presque certains ou presque impossibles & $\sigma-$sous-additivité~~ ;
— dénombrement & équiprobabilité dans un univers fini ;
— indépendance deux à deux & indépendance d'événements, probabilité conditionnelle ;
— formule des probabilités totales sous l'hypothèse que l'union des événements est disjointe et (presque) certaine ;
— formule des probabilités composées ;
— formule de Bayes.