

## Électromagnétisme - TD3 - Équations de Maxwell

### Exercice 1 - Une solution des équations de Maxwell

On suppose que le champ électromagnétique régnant dans une partie de l'espace vide de charge et de courant est donné par l'expression suivante :

$$\vec{E}(M, t) = f(z) \exp(-\alpha t) \vec{u}_x ; \quad \vec{B}(M, t) = g(z) \exp(-\alpha t) \vec{u}_y$$

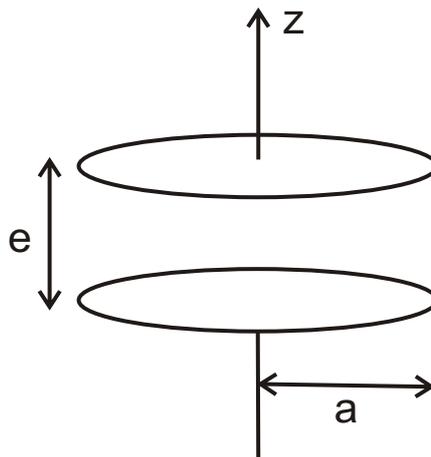
1. Les équations de Maxwell-Gauss et Maxwell-flux sont-elles vérifiées ?
2. Montrer que l'équation de Maxwell-Faraday impose une expression de  $g(z)$  en fonction de  $f'(z)$ .
3. Montrer que l'équation de Maxwell-Ampère impose une expression de  $f(z)$  en fonction de  $g'(z)$ .
4. En déduire  $f(z)$ . On supposera que cette fonction est paire et  $\vec{E}(O, 0) = E_o \vec{u}_x$ . Donner l'expression du champ magnétique.
5. En déduire l'expression du vecteur de Poynting.

### Exercice 2 - Condensateur en régime lentement variable

Les armatures d'un condensateur plan, constituées de deux disques conducteurs de rayon  $a$ , de même axe ( $Oz$ ) et séparés d'une distance  $e$ , sont reliées à un générateur de fem  $U$ . Le système fonctionne dans le cadre de l'ARQS et on néglige tout effet de bord.

On peut montrer que dans ce cas, le champ électrique à l'intérieur du condensateur s'écrit :

$$\vec{E} = \frac{\sigma(t)}{\epsilon_o} \vec{u}_z = E(t) \vec{u}_z$$



1. Quelles sont les équations locales vérifiées par le champ magnétique à l'intérieur du condensateur ?
2. Justifier qu'il existe un champ magnétique  $\vec{B}$  entre les armatures.
3. On cherche  $\vec{B}(M, t) = B_\theta(r, z, t) \vec{u}_\theta$ . En utilisant le théorème d'Ampère généralisé, déterminer l'expression de  $B_\theta(r, z, t)$  en fonction de  $E(t)$ .
4. Donner l'expression du vecteur de Poynting. Calculer son flux à travers la surface latérale du condensateur. Commenter.

### Exercice 3 - Cylindre dans un four à induction

Un cylindre plein d'axe  $(Oz)$ , de rayon  $a$ , de hauteur  $h$ , constitué d'un conducteur ohmique de conductivité  $\gamma$ , est placé dans une zone où règne un champ magnétique  $\vec{B} = B_o \cos(\omega t) \vec{u}_z$ .

1. Justifier que le champ magnétique est source d'un champ  $\vec{E}(M, t)$ .
2. On admet  $\vec{E}(M, t) = E_\theta(r, t) \vec{u}_\theta$  en coordonnées cylindriques. Déterminer le champ électrique à l'instant  $t$ , en un point  $M$  à l'intérieur du cylindre. En déduire la densité volumique de courant en  $M$ .  
On suppose que le champ magnétique créé par ces courants est négligeable devant le champ magnétique extérieur.
3. Déterminer la puissance volumique moyenne dissipée par effet Joule dans le cylindre.
4. En déduire la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le cylindre.

### Exercice 4 - Étude des caractéristiques d'un laser Hélium-Néon

Un laser He-Ne de puissance moyenne d'émission  $\langle \Phi \rangle = 2 \text{ mW}$ , émet un faisceau lumineux supposé cylindrique de rayon  $a = 0,75 \text{ mm}$ , monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ , que l'on assimilera à une OPPM.

1. Calculer les valeurs numériques des normes des champs  $E_o$  et  $B_o$  émis par ce laser.
2. Déterminer le nombre  $n$  de photons par unité de volume dans le faisceau.  
On donne  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ .

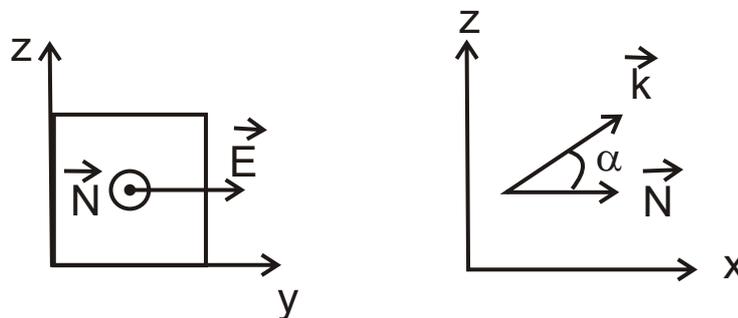
### Exercice 5 - Réception d'une onde plane progressive harmonique

Une OPPM se propage dans le vide avec son champ électrique polarisé suivant l'axe des  $y$  :

$$\vec{E} = E_o \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \vec{u}_y$$

Elle transporte une puissance moyenne de  $1 \text{ W.m}^{-2}$ . Elle traverse un cadre conducteur formant un carré de côté  $a$  de normale  $\vec{N}$  fermé sur un voltmètre. L'orientation du cadre est précisé sur la figure ci-dessous.

On peut lire sur le voltmètre une tension efficace de  $3,8 \text{ V}$  (les dimensions et l'orientation du cadre étant telle que la tension mesurée est maximale).



1. Quelle est l'amplitude du champ électrique de l'onde ?
2. Déterminer l'expression du champ magnétique puis celle de son flux à travers le cadre. Déduire de la mesure de la valeur maximale de la f.e.m. induite la valeur du côté  $a$  du cadre.
3. On se place dans le cas  $a < \lambda_o$ . Quelle valeur de  $a$  permet d'obtenir une tension maximale aux bornes du cadre pour une fréquence de  $100 \text{ MHz}$  et  $\alpha = \pi/2$  ?