Interro de cours _ EM _ Ch 8

1) Un plasma est un gaz ionisé. Il est globalement neutre : $\rho = 0$

2) $\boxed{\vec{j} = \rho_+ \vec{v}_+ + \rho_- \vec{v}_-}$ avec $\rho_+ = -\rho_-$

3) $\text{div}\,\vec{E} = 0$ $\quad\quad$ $\text{div}\,\vec{B} = 0$

$\vec{\text{rot}}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\quad\quad$ $\vec{\text{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\left(\vec{j} + \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$

$$\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}}\,\vec{E}) = \vec{\text{grad}}(\text{div}\,\vec{E}) - \vec{\Delta}\vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{\text{rot}}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = 0 - \vec{\Delta}\vec{E}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\Delta}\vec{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \vec{0}}$$

4) Force de Lorentz $\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v}_- \wedge \vec{B})$ subie par un électron

$$\frac{\|\vec{v}_- \wedge \vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} \sim \frac{v_-}{c} \quad \text{car } B \sim \frac{E}{c}$$

$\ll 1$ (hypothèse non relativiste) $\quad \Rightarrow \vec{F} \simeq -e\vec{E}$

PFD appliqué à un électron dans le référentiel du plasma :

$$m \frac{d\underline{\vec{v}_-}}{dt} = -e\underline{\vec{E}} \Rightarrow \underline{\vec{v}_-} = \frac{-e\underline{\vec{E}}}{-mi\omega}$$

⚠ convention

De même $\underline{\vec{v}_+} = \dfrac{+e\underline{\vec{E}}}{-Mi\omega}$

$$\underline{\vec{j}} = -ne\underline{\vec{v}_-} + ne\underline{\vec{v}_+} \quad \text{et} \quad \frac{\|\underline{\vec{v}_+}\|}{\|\underline{\vec{v}_-}\|} = \frac{m}{M} \ll 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{\vec{j}} \simeq \frac{ne^2}{-mi\omega}\underline{\vec{E}}}$$

b) En notation complexe :

$$i\vec{k}\cdot\underline{\vec{E}} = 0 \qquad i\vec{k}\cdot\underline{\vec{B}} = 0$$

$$\underbrace{i\vec{k}\wedge\underline{\vec{E}} = +i\omega\underline{\vec{B}}}_{\vec{B} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega}} \qquad i\vec{k}\wedge\underline{\vec{B}} = \frac{\mu_0 n e^2}{-mi\omega}\underline{\vec{E}} + \varepsilon_0\mu_0(-i\omega)\underline{\vec{E}}$$

$$\hookrightarrow \vec{k}\wedge\underline{\vec{B}} = \left(\frac{\mu_0\varepsilon_0 n e^2}{m\varepsilon_0\omega} - \varepsilon_0\mu_0\omega\right)\underline{\vec{E}}$$

$$\Rightarrow \vec{k}\wedge\left(\frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega}\right) = \left(\frac{\omega_p^2}{c^2\omega} - \frac{\omega}{c^2}\right)$$

Formulaire $\vec{a}\wedge(\vec{b}\wedge\vec{c}) = (\vec{c}\cdot\vec{a})\vec{b} - (b\cdot\vec{a})\vec{c}$

$$\Rightarrow \vec{k}\wedge(\vec{k}\wedge\vec{E}) = \underbrace{(\vec{E}\cdot\vec{k})}_{0}\vec{k} - k^2\vec{E}$$

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$$

Rq : il est plus simple de partir de l'équation de propagation.

c) $\omega > \omega_p \Rightarrow k = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$, $v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$

$$\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega} \Rightarrow \underline{\vec{B}} = -\frac{k E_0}{\omega} e^{i(kz-\omega t)}\vec{u}_x$$

$$\langle\vec{\Pi}\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}^*}{\mu_0}\right)$$

$$= \frac{k E_0^2}{2\mu_0\omega}\vec{u}_z$$

d) $\omega < \omega_p$ $\quad k = i\underbrace{\sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}}}_{k'}$ $\qquad \underline{\vec{B}} = -\frac{ik' E_0}{\omega} e^{i(kz-\omega t)}\vec{u}_x$

$$\langle\vec{\Pi}\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}^*}{\mu_0}\right) = \vec{0}$$

$\vec{E} = E_0 \underbrace{e^{-k'z}} \cos(\omega t)\, \vec{u}_y$ onde évanescente

distance caractéristique $1/k'$