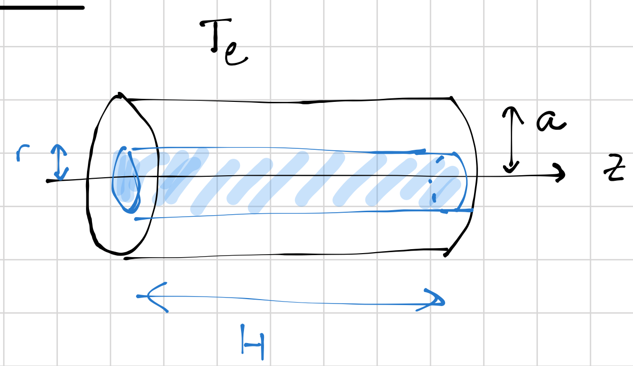
Exercice 6.



On s'intéresse tout d'abord au système contenu dans un cylindre de rayon $r < a$, de hauteur H.

On applique le 1er principe de la thermodynamique entre les instants t et $t + dt$. En régime permanent :

$$dU = U(t+dt) - U(t) = 0$$

On a donc : $q \pi r^2 H \, dt - j_{th}(r) \, 2\pi r H \, dt = 0$

$$\Rightarrow \quad -K \frac{dT}{dr} = q \frac{r}{2} \quad \Rightarrow \quad T(r) = T_0 - \frac{q r^2}{4K}$$

T_0 constante d'intégration à déterminer.

En $r = a$, il y a continuité du flux thermique :

$$h \left(T(a) - T_e\right) = j_{th}(a)$$

soit $$h \left(T_0 - \frac{q a^2}{4K} - T_e\right) = q \frac{a}{2}$$

On a donc $$T_0 = \frac{q a^2}{4K} + \frac{q a}{2h} + T_e$$

$$T(r) = \underbrace{\frac{q a^2}{4K} + \frac{q a}{2h} + T_e}_{\text{Valeur maximale de } T(r)} - \frac{q r^2}{4K}$$

$K = R_{Th} \times W$

Exercice 7

1) $R_{Th} = \dfrac{e}{\lambda S}$ $\quad \Rightarrow \quad R_{combi} = \dfrac{3.10^{-3}}{4,4.10^{-2} \times 1,3} = 5,2.10^{-2} \ K.W^{-1}$

2) Le flux à travers la surface S : $\phi = S h (T - T_e)$

$$\Rightarrow \quad T - T_e = \frac{1}{Sh}\,\phi$$

$$= R_c\,\phi \quad \text{avec} \quad R_c = \frac{1}{Sh}$$

A.N : $R_c = \dfrac{1}{1{,}3 \times 10} = 7{,}7 \cdot 10^{-2}\ K \cdot W^{-1}$

3) On peut écrire $T^4 = \left(T_e + (T - T_e)\right)^4$

$$= T_e^4 \left(1 + \frac{T - T_e}{T_e}\right)^4$$

$\dfrac{T - T_e}{T_e} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad T^4 \simeq T_e^4 \left(1 + 4\,\dfrac{T - T_e}{T_e}\right)$

Le flux ϕ_r lié aux pertes par rayonnement peut donc s'écrire :

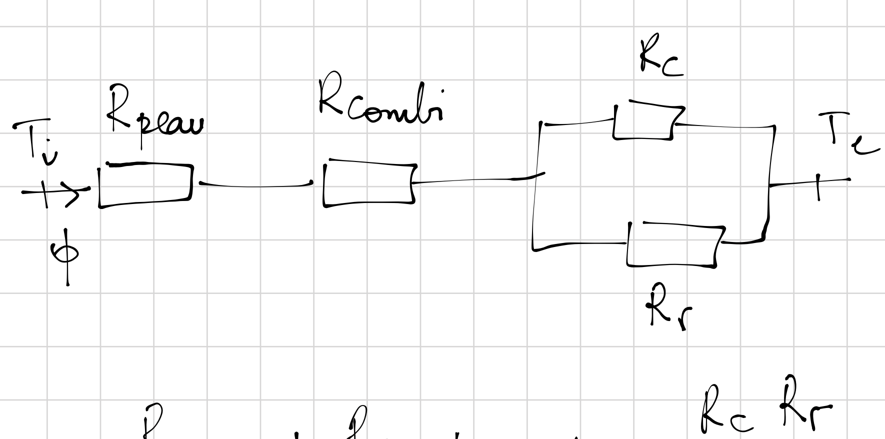
$$\phi = S\,\sigma \left(T_e^4 + 4\,T_e^3\,(T - T_e) - T_e^4\right)$$

$$= S\,\sigma\,4\,T_e^3\,(T - T_e)$$

$$\Rightarrow \quad T - T_e = R_r\,\phi \quad \text{avec} \quad R_r = \frac{1}{S\sigma 4 T_e^3}$$

A.N : $R_r = \dfrac{1}{1{,}3 \times 4 \times 5{,}7 \cdot 10^{-8} \times 278^3} = 0{,}16\ K \cdot W^{-1}$

4)



$R_{eq} = R_{peau} + R_{combi} + \dfrac{R_c R_r}{R_c + R_r}$ A.N : $R_{eq} = 0{,}13\ K \cdot W^{-1}$

5) On a : $m\,c\,dT = -\dfrac{1}{R_{eq}}\,(T_i - T_e)\,dt + p\,dt$

$$\to \quad mc\frac{dT_i}{dt} + \frac{1}{R_{eq}}T_i = \frac{1}{R_{eq}}T_e + p$$

$$T_i(t) = T_e + pR_{eq} + Ae^{-t/\tau} \qquad \tau = R_{eq}\,mc$$

avec $A = T_{i0} - (T_e + pR_{eq})$

On cherche t tel que $T_i(t) = 308$ K

$$t = \tau \ln\left(\frac{T_{i0} - (T_e + pR_{eq})}{T_i(t) - (T_e + pR_{eq})}\right)$$

A.N : $t = 0{,}13 \times 75 \times 3{,}5.10^3 \ln\left(\frac{310 - (278 + 120 \times 0{,}13)}{308 - (278 + 120 \times 0{,}13)}\right)$

$\to \quad t = 4{,}4.10^3$ s soit 1h 14 minutes environ.