Interrogation de cours - Thermodynamique Ch 1

1. On considère un matériau de conductivité thermique λ, de capacité calorifique massique c et de masse volumique ρ compris entre deux sphères de rayons a et $b > a$. D'après les invariances du problème, la température $T(r,t)$ ne dépend que de la variable r en coordonnées sphériques et du temps t.
   (a) Déterminer l'expression de la masse du système Σ compris entre deux sphères de rayons r et $r + dr$ à l'ordre 1 en dr.
   (b) En déduire l'expression de la variation d'énergie interne de Σ entre les instants t et $t + dt$.
   (c) En appliquant le premier principe, montrer que $T(r,t)$ est solution de l'équation :
   $$\rho \; c \; r^2 \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right)$$
   Il s'agit de l'équation de la chaleur en coordonnées sphériques pour $T(r,t)$. On a en effet dans ce cas :
   $$\Delta T = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right)$$
   (d) On se place en régime permanent et on donne :
   $$T(a) = T_1 \; ; \; T(b) = T_2$$
   Déterminer $T(r)$ entre les deux sphères.
2. On considère un matériau de conductivité thermique λ, de capacité calorifique massique c et de masse volumique ρ contenu dans l'espace délimité par les plans $x = -d/2$, $x = d/2$. Compte-tenu des invariances du système, l'équation de la chaleur s'écrit sous la forme :
   $$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$
   (a) On cherche une solution de l'équation sous la forme :
   $$\underline{T}(x,t) = f(x)\mathrm{e}^{i\omega t}$$
   Établir l'équation différentielle vérifiée par $f(x)$.
   (b) Résoudre cette équation en faisant apparaître une constante δ homogène à une longueur dans le cas où d et δ sont du même ordre de grandeur.
   (c) À quelle phénomène physique analogue ce résultat vous fait-il penser ?