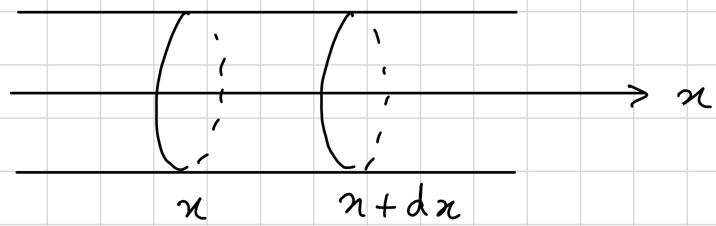
Interro de cours - Thermo. Ch 1

1)



a) Loi de Fourier :

$$\underbrace{\vec{j}_{th}}_{W.m^{-2}} = -\underbrace{\lambda}_{W.m^{-1}.K^{-1}} \underbrace{\vec{grad}\, T}_{K.m^{-1}}$$

$T = T(x,t) \Rightarrow \boxed{\vec{j}_{th} = -\dfrac{\partial T}{\partial x} \vec{u}_x}$

(b) On applique le 1er principe de la thermo. au système Σ compris entre x et $x+dx$ entre les instants t et $t+dt$:

$$dU = \delta Q$$

$$\underbrace{\rho S dx}_{\text{masse de } \Sigma}\, c \underbrace{\left(T(x,t+dt) - T(x,t)\right)}_{\text{variation de température entre } t \text{ et } t+dt} = \underbrace{j_{th}(x,t)\, S\, dt}_{\text{flux entrant en } x} - \underbrace{j_{th}(x+dx,t)\, S\, dt}_{\text{flux sortant en } x+dx}$$

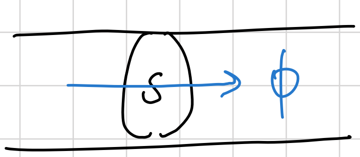
$\Rightarrow \quad \rho c \dfrac{\partial T}{\partial t} = -\dfrac{\partial j_{th}}{\partial x}$ soit $\boxed{\rho c \dfrac{\partial T}{\partial t} = \lambda \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}}$ équation de la chaleur

c) En régime permanent $\dfrac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \boxed{\dfrac{d^2 T}{dx^2} = 0}$

On considère un cylindre de longueur L avec $T(0) = T_1$ et $T(L) = T_2$ $(T_2 < T_1)$.

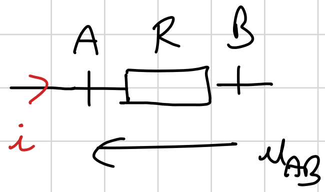
$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \Rightarrow T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1$$

$$\Rightarrow j_{th} = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L}$$

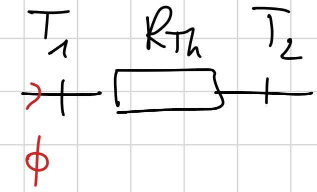


$\phi = j_{th} S \Rightarrow \phi = \dfrac{\lambda S}{L}(T_1 - T_2)$

Analogie :



$\longleftrightarrow$



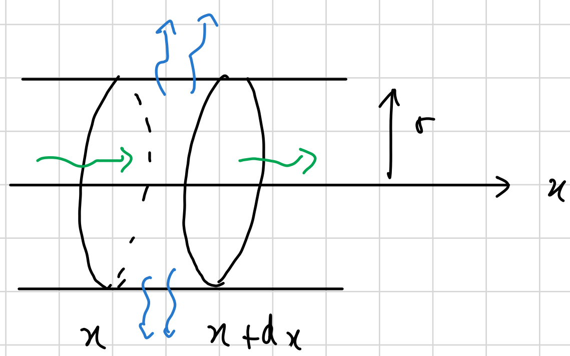
$$u_{AB} = V_A - V_B \longleftrightarrow T_1 - T_2$$

$$i \longleftrightarrow \phi$$

$$V_A - V_B = R\, i \longleftrightarrow T_1 - T_2 = R_{Th}\, \phi$$

On a donc $\boxed{R_{Th} = \frac{L}{\lambda S}}$ dans le cas étudié

2)



a) Loi de Newton : le flux surfacique à l'interface entre un solide à la température T et un fluide à la température T_f s'écrit : $h\,(T - T_f)$

$$\Rightarrow \phi_{cyl \to fluide} = h\,(T(x) - T_f)\, 2\pi r\, dx$$

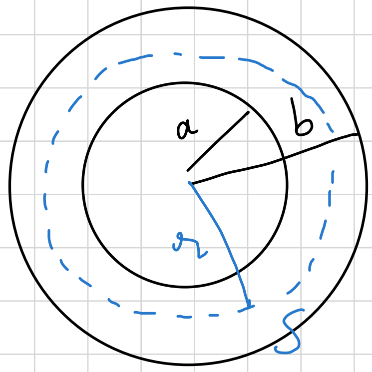
b) On reprend comme en 1.b)

$$\rho \pi r^2 dx\, c\, \big(T(t+dt, x) - T(t,x)\big) = j_{th}(x,t)\, \pi r^2 dt - j_{th}(x+dx, t)\, \pi r^2 dt$$
$$- h\,(T(x,t) - T_f)\, 2\pi r\, dx\, dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho c \pi r^2 \frac{\partial T}{\partial t} = \pi r^2 \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - h\,(T(x,t) - T_f)\, 2\pi r}$$

3) a) $p = \vec{j} \cdot \vec{E} = \frac{j^2}{\gamma}$ avec $j = \frac{i}{S}$ cf TD

4)



$$\phi = \iint_{\text{sphère}} \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS}$$

$$\Rightarrow \quad \phi = 4\pi r^2 \, j_{th}(r)$$

En régime permanent $\vec{j}_{th}$ est à flux conservatif ($\operatorname{div} \vec{j}_{th} = 0$) $\Rightarrow$ ϕ indépendant de r

b) Loi de Fourier $\vec{j}_{th} = -\lambda \, \overrightarrow{\text{grad}}\, T \Rightarrow j_{th}(r) = -\lambda \dfrac{dT}{dr}$

On a ainsi : $\dfrac{dT}{dr} = -\dfrac{\phi}{4\pi\lambda r^2}$

soit $T(r) = \dfrac{\phi}{4\pi\lambda r} + T_0$

c) $T_1 - T_2 = \dfrac{\phi}{4\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}\right) \Rightarrow \boxed{R_{Th} = \dfrac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{4\pi\lambda}}$

$T_1 - T_2 = R_{Th}\,\phi$ (cf 1)