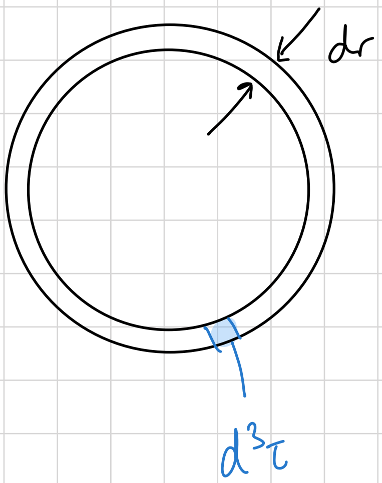
Interro de cours _ Thermo Ch 1

1) 

On cherche le volume compris entre les sphères de rayons r et $r+dr$

<u>1ère méthode</u> :

$$dV = \frac{4}{3}\pi (r+dr)^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi r^3 \underbrace{\left(1+\frac{dr}{r}\right)^3}_{\simeq 1 + 3\frac{dr}{r}} - \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow \quad dV = 4\pi r^2 \, dr$$

<u>2ème méthode</u> : on écrit le volume élémentaire en coordonnées sphériques : $d^3\tau = r^2 \, dr \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

On intègre sur θ et φ pour passer à dV :

$$dV = r^2 \, dr \underbrace{\int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta}_{2} \cdot \underbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi}_{2\pi}$$

$$\Rightarrow \quad dV = 4\pi r^2 \, dr$$

La masse de Σ est $4\pi r^2 \, dr \, \rho$

b) $$dU = 4\pi r^2 \, dr \, \rho c \left(T(t+dt, r) - T(t,r) \right)$$

$$= 4\pi r^2 \, dr \, \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \, dt$$

c) <u>1er principe</u> : $dU = \delta Q$

$$\Rightarrow \quad 4\pi r^2 \, dr \, \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \, dt = \left(j_{th}(r,t) \overbrace{4\pi r^2}^{\text{sphère de rayon } r} - j_{th}(r+dr, t) \overbrace{4\pi (r+dr)^2}^{\text{sphère de rayon } r+dr} \right) dt$$

⚠ on doit considérer le taux d'accroissement de la fonction $r^2 j_{th}(r)$

$$\Rightarrow \quad 4\pi r^2 dr \, \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dt = - \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 j_{th}(r)\right) 4\pi \, dt \, dr$$

Loi de Fourier : $\vec{j}_{th} = - \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \vec{u}_r$

$$\Rightarrow \quad \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \underbrace{\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right)}_{\text{Laplacien de } T(r,t) \text{ en sphériques}}$$

d) En régime permanent, on obtient :

$$\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dT}{dr}\right) = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{A}{r^2} \quad \text{avec } A = \text{constante}$$

soit $T(r) = \frac{\alpha}{r} + \beta$ $\quad \alpha$ et β constantes

$$T_1 = \frac{\alpha}{a} + \beta \qquad\qquad \alpha = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$$

$$T_2 = \frac{\alpha}{b} + \beta \quad \Rightarrow \quad \beta = T_1 - \frac{\frac{T_1}{a} - \frac{T_2}{a}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} = \frac{-\frac{T_1}{b} + \frac{T_2}{a}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$$

→ permet de déterminer R_{th} en passant par j_{th}

2) a)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = i\omega f(x) e^{i\omega t}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = f''(x) e^{i\omega t}$$

$$i\omega f(x) = D f''(x)$$

b)

$$f''(x) - \frac{i\omega}{D} f(x) = 0$$

Equation caractéristique : $r^2 = \frac{i\omega}{D}$ soit $r^2 = \left(e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{\omega}{D}} \right)^2$

On pose $\delta = \sqrt{\frac{2D}{\omega}}$ $\Rightarrow$ $r = \pm \frac{1+i}{\delta}$

$$f(x) = A_1 e^{x/\delta} e^{ix/\delta} + A_2 e^{-x/\delta} e^{-ix/\delta}$$

soit $I(x,t) = A_1 e^{x/\delta} e^{i(\omega t + x/\delta)} + A_2 e^{-x/\delta} e^{i(\omega t - x/\delta)}$

c) Analogue à l'effet de peau en électromagnétisme