Interrogation de cours - EM - Ch 9

On considère un conducteur ohmique de conductivité $\gamma \simeq 10^7 \text{S.m}^{-1}$.

1. Écrire la loi d'Ohm locale. Dans quel domaine de fréquences est-elle valable ?
2. Écrire les équations de Maxwell dans le conducteur et justifier que le courant de déplacement est négligeable devant le vecteur densité de courant $\vec{j}$.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par le champ électrique $\vec{E}$.
4. On cherche :
$$\underline{\vec{E}} = E_o\ e^{i(\omega t - \underline{k} z)} \vec{u}_x$$
avec :
$$\underline{k} = k' - ik''$$
Déterminer k' et k'' (réels positifs) en fonction de l'épaisseur de peau :
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_o \gamma \omega}}$$
5. En déduire l'expression du champ électrique $\vec{E}$ réel ainsi que du champ magnétique $\vec{B}$.
6. Donner alors les expressions de la puissance volumique moyenne cédée à la matière ainsi que celle du vecteur de Poynting moyen.

On considère une cavité de longueur ℓ suivant $\vec{u}_x$ fermée par des conducteurs parfaits. Le milieu à l'intérieur de la cavité est assimilé au vide. On cherche le champ électrique dans la cavité sous la forme :
$$\vec{E} = f(x) g(t) \vec{u}_y$$
Les conditions aux limites s'écrivent ici :
$$f(0) = f(\ell) = 0$$

1. Montrer que :
$$c^2 \frac{f''(x)}{f(x)} = \frac{g''(t)}{g(t)}$$
2. En déduire qu'il existe une constante ω telle que :
$$c^2 \frac{f''(x)}{f(x)} = \frac{g''(t)}{g(t)} = -\omega^2$$
3. Déterminer alors $f(x)$ en tenant compte des conditions aux limites. En déduire la relation de dispersion :
$$\omega = n \frac{\pi c}{\ell}$$
4. Représenter les 3 premiers modes propres. Connaissez vous un autre système physique présentant des modes propres ayant la même forme ?