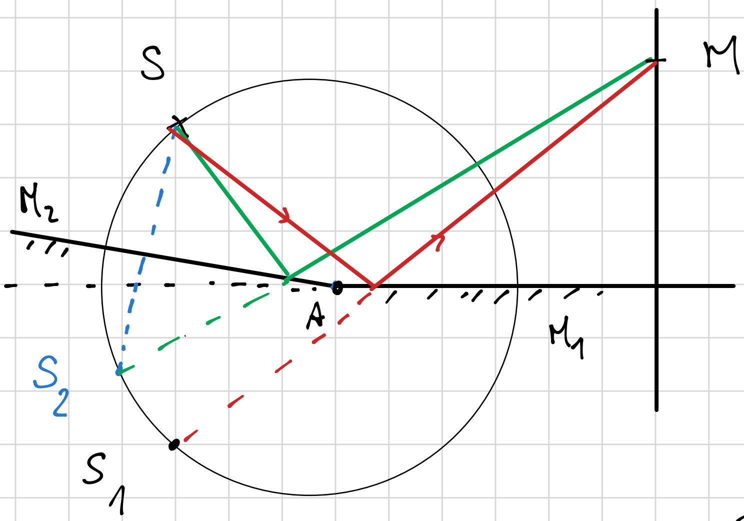
OPTIQUE – TD01 – Interférences

Exercice 1

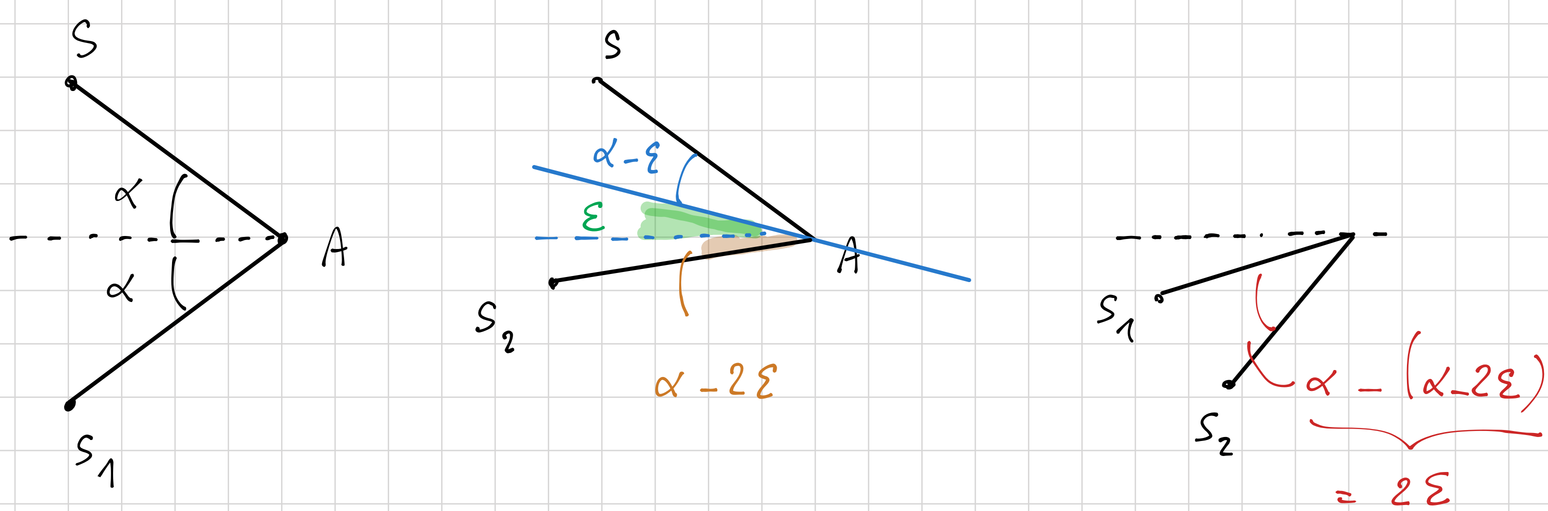
1)

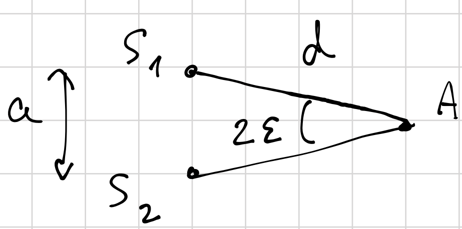


Le rayon (1) issu de S, se réfléchissant sur M_1 semble provenir de S_1 symétrique de S par rapport à M_1 (même chose pour le rayon (2))

Il s'agit d'un dispositif à division du front d'onde.

2)



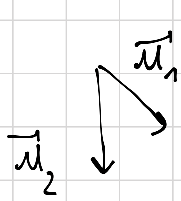


$\Rightarrow \tan \varepsilon = \dfrac{a}{2d} \Rightarrow \boxed{a \simeq 2d\varepsilon}$

dans le cas $\varepsilon \ll 1$

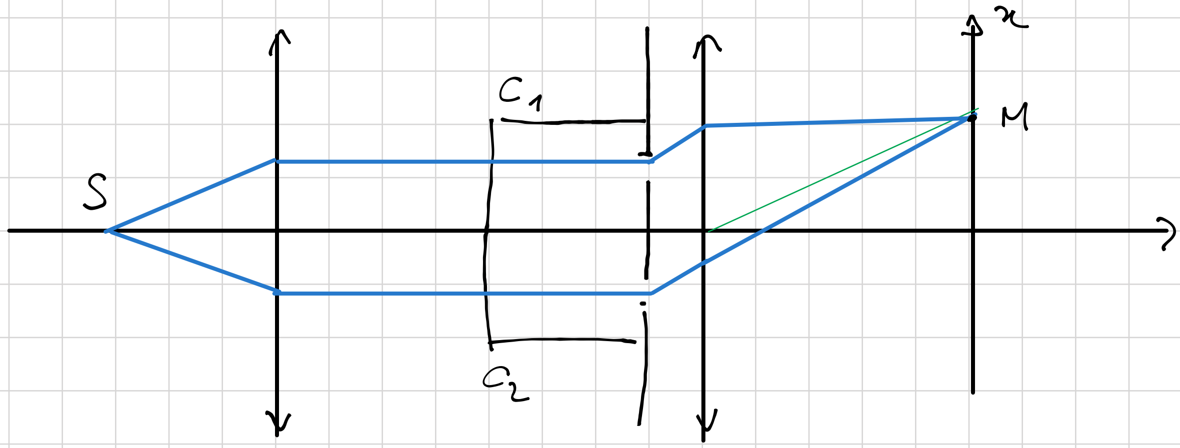
La frange centrale se trouve sur la médiatrice de $[S_1S_2]$

3) On peut élargir la source dans la direction de l'arête entre les deux miroirs. = direction perpendiculaire à $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$



Exercice 2 :

1)



$$\delta = \frac{ax}{f'_2} + n_2 \ell - n_1 \ell$$

2) lorsque $n_2 = n_1$ la frange centrale correspondant à $\delta = 0$ se trouve en $x = 0$.

Sinon elle se trouve en $x_0 = (n_1 - n_2) \ell \frac{f'_2}{a}$

$x_0 > 0$ si $n_2 < n_1$: les franges montent lorsqu'on vide la cuve.

3) En $x = 0$:

$\delta_0 = (n_1 - n_{air}) \ell$ lorsque C_2 est pleine d'air

$\delta_0' = (n_1 - n_{NH_3}) \ell$ lorsque C_2 est pleine d'ammoniac.

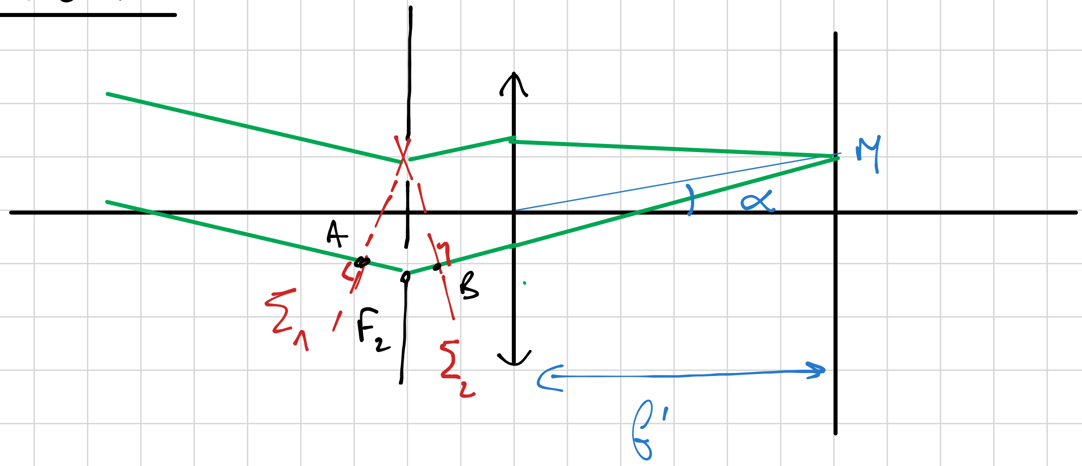
17 franges défilent lorsque la différence de marche passe de δ_0 à δ_0', on a donc : $|\delta_0 - \delta_0'| = 17 \lambda$

Les franges défilent vers le bas ce qui est en accord avec $n_{NH_3} > n_{air}$

Finalement : $\ell (n_{NH_3} - n_{air}) = 17 \lambda_0$

$\underline{AN}$: $n_{NH_3} - n_{air} = 17 \times \frac{5{,}89}{10^{-1}} \cdot 10^{-7} = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$

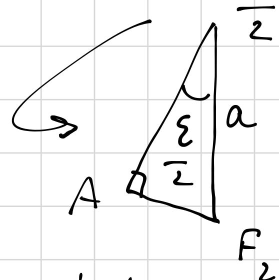
Exercice 3



$\tan \alpha = \dfrac{x}{f'} \simeq \alpha$

1) Σ_1 surface d'onde pour l'étoile S_1 | d'après le théorème de Malus
Σ_2 surface d'onde pour un point source en M

On a donc $\delta = AF_2 + F_2B = a\dfrac{\varepsilon}{2} + a\alpha$



$\sin\left(\dfrac{\varepsilon}{2}\right) = \dfrac{AF_2}{a} \simeq \dfrac{\varepsilon}{2}$

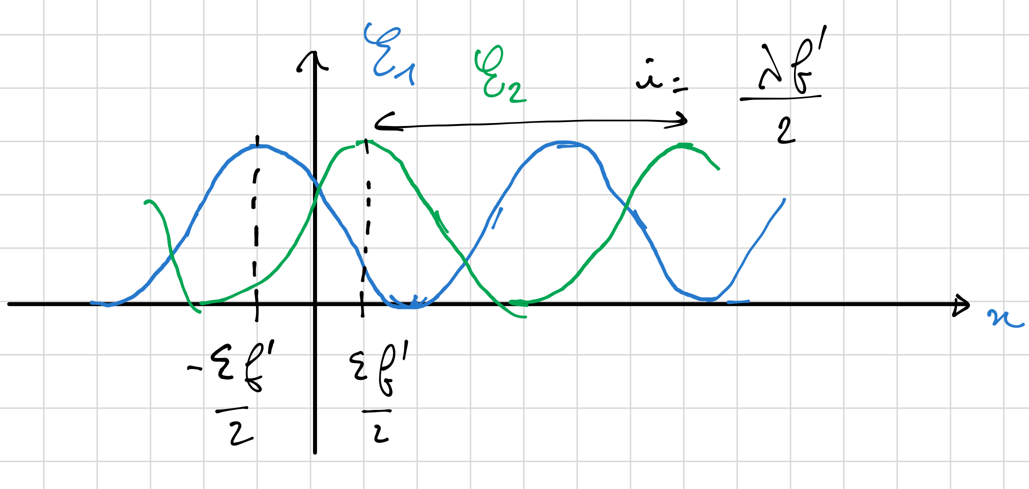
L'éclairement lié à l'étoile S_1 s'écrit donc:

$$\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(a\frac{x}{f'} + \varepsilon\frac{a}{2}\right)\right)\right) \qquad \delta_1 = \frac{ax}{f'} + \frac{a\varepsilon}{2}$$

De même, l'éclairement lié à l'étoile S_2 s'écrit :

$$\mathcal{E}_2 = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{f'} - \frac{a\varepsilon}{2}\right)\right)\right) \qquad \delta_2 = \frac{ax}{f'} - \frac{a\varepsilon}{2}$$

2) Les sources S_1 et S_2 ne sont pas cohérentes : l'éclairement résultant est la somme des éclairements.



$\delta_1 = 0 \rightarrow x_{0_1} = -\dfrac{\varepsilon f'}{2}$

$\delta_2 = 0 \rightarrow x_{0_2} = \dfrac{\varepsilon f'}{2}$

La somme $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$ correspond à un brouillage de la figure d'interférence si l'écart entre x_{0_1} et x_{0_2} correspond à $\left(p + \frac{1}{2}\right) i$ avec p entier avec i = interfrange $= \frac{\lambda_0 f'}{a}$ $\Rightarrow$ $\varepsilon f' = \left(p + \frac{1}{2}\right) i$ $p \in \mathbb{N}$

soit $\boxed{a = \frac{\lambda_0}{\varepsilon}\left(p + \frac{1}{2}\right)}$

3) On exprime $\mathcal{E}_{tot} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$:

$$\mathcal{E}_{tot} = 2\mathcal{E}_0\left(2 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} a\left(\frac{x}{f'} + \frac{\varepsilon}{2}\right)\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} a\left(\frac{x}{f'} - \frac{\varepsilon}{2}\right)\right)\right)$$

$$= 4\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{a\varepsilon}{2}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{ax}{f'}\right)\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}\mathcal{E}_{max} = 4\mathcal{E}_0\left(1 + \left|\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{a\varepsilon}{2}\right)\right|\right) \\ \mathcal{E}_{min} = 4\mathcal{E}_0\left(1 - \left|\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{a\varepsilon}{2}\right)\right|\right)\end{array}\right\} \quad C = \frac{\mathcal{E}_{max} - \mathcal{E}_{min}}{\mathcal{E}_{max} + \mathcal{E}_{min}}$$

On a ainsi $C = \left|\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{a\varepsilon}{2}\right)\right|$

Le contraste s'annule pour $\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{a\varepsilon}{2} = \frac{\pi}{2} + p\pi$ $p \in \mathbb{N}$

soit $\boxed{a = \left(\frac{1}{2} + p\right)\frac{\lambda_0}{\varepsilon}}$ on retrouve le même résultat

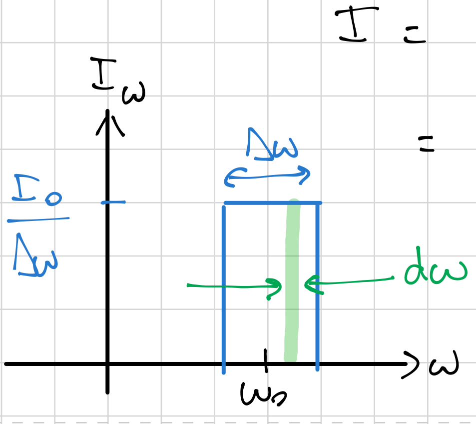
4) A.N : $\varepsilon = \frac{\lambda_0}{2a_0}$ A.N : $\varepsilon = \frac{6{,}35 \cdot 10^{-7}}{2 \times 1{,}165} = 2{,}73 \cdot 10^{-7}$ rad

Exercice 4

1) Dans le cas d'une source monochromatique de pulsation ω :

$$I = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right)\right) \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{ax}{D}$$

$$= 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{\omega}{c}\delta\right)\right)$$



On considère que les rayons correspondant à des valeurs de ω dans l'intervalle $\left[\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}, \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right]$ ne sont pas cohérents : on somme les intensités pour obtenir l'intensité sur l'écran

$$dI = \frac{2I_0}{\Delta\omega} d\omega \left(1 + \cos\left(\frac{\omega}{c}\delta\right)\right)$$ pour la bande $d\omega \ll \Delta\omega$

$$\Rightarrow I_{tot} = \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} \frac{2I_0}{\Delta\omega}\left(1 + \cos\left(\frac{\omega}{c}\delta\right)\right) d\omega$$

Soit $$I_{tot} = 2I_0\left(1 + \frac{c}{\Delta\omega\,\delta}\left(\sin\left(\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)\frac{\delta}{c}\right) - \sin\left(\left(\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}\right)\frac{\delta}{c}\right)\right)\right)$$

$$= 2I_0\left(1 + \frac{2c}{\Delta\omega\,\delta}\sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\frac{\delta}{c}\right)\cos\left(\frac{\omega_0}{c}\delta\right)\right)$$

On introduit la fonction sinus cardinal : $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$

On peut écrire :

$$I_{tot} = 2I_0\left(1 + \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega}{2}\frac{ax}{cD}\right)\underbrace{\cos\left(\frac{\omega_0}{c}\frac{ax}{D}\right)}_{\text{terme pour une seule longueur d'onde}}\right)$$

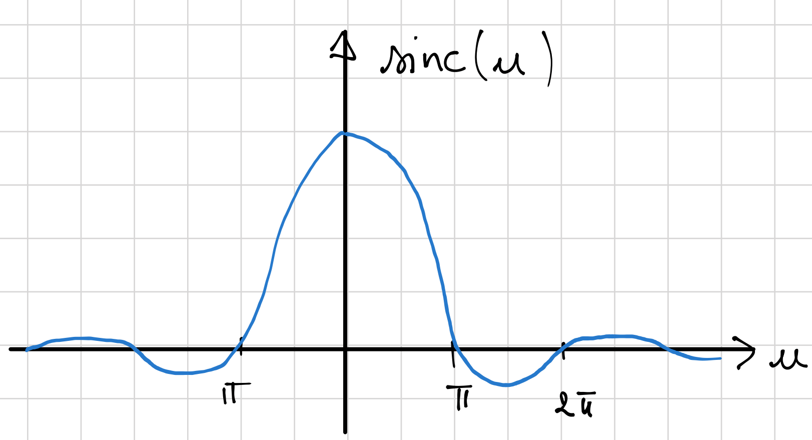
2)

$$I_{max} = 2I_0\left(1 + \left|\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega}{2}\frac{ax}{cD}\right)\right|\right)$$

$$I_{min} = 2I_0\left(1 - \left|\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega}{2}\frac{ax}{cD}\right)\right|\right)$$

Le contraste est donc : $$C = \left|\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega}{2}\frac{ax}{cD}\right)\right|$$

$$= \left|\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega}{2c}\delta\right)\right|$$



Le contraste reste bon tant que $\left| \frac{\Delta\omega}{2c} \delta \right| < \pi$

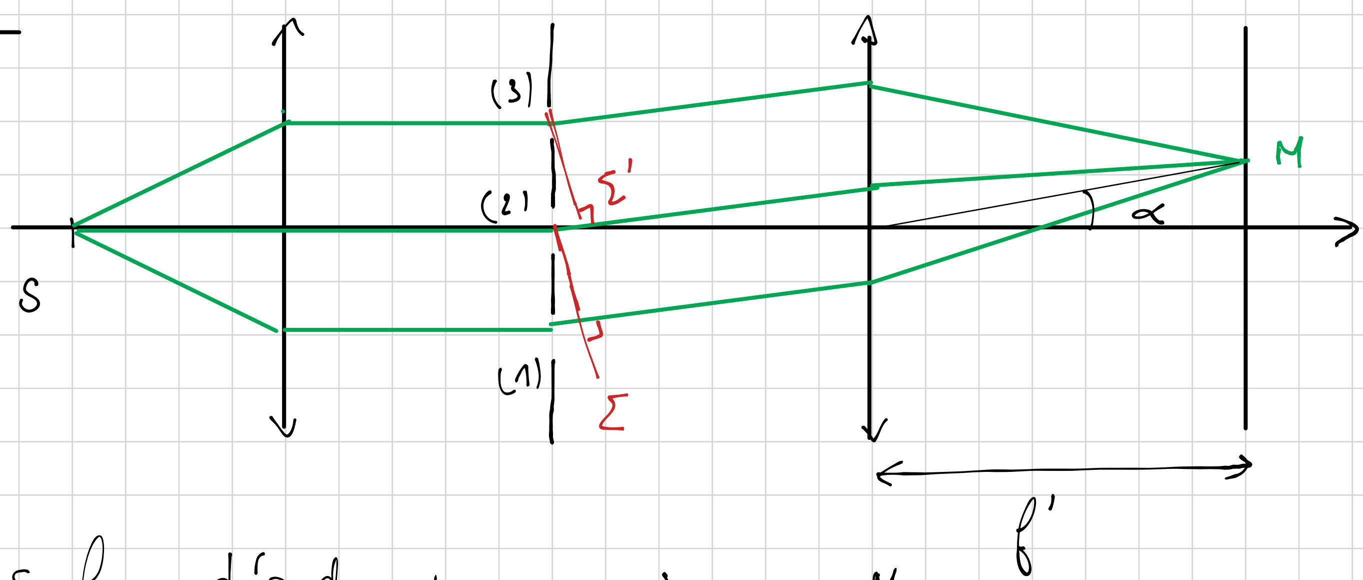
$$\Delta\omega = \frac{2\pi c}{\lambda_{min}} - \frac{2\pi c}{\lambda_{max}} = \frac{2\pi c \, \Delta\lambda}{\lambda_0^2} = \frac{2\pi c}{\ell_c}$$

avec $\ell_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$ longueur de cohérence

On a ainsi : $\left| \frac{2\pi c}{2c} \frac{\delta}{\ell_c} \right| < \pi$: le contraste reste bon tant que la différence de marche reste inférieure à la longueur de cohérence.

Exercice 6

1)



2) Σ : surface d'onde pour une source en M

$$\Rightarrow \quad \delta_{1/2} = a\alpha = a\frac{x}{f'}$$

De même $\delta_{3/2} = -\frac{ax}{f'}$

3) Les 3 ondes sont cohérentes entre elles : on somme les vibrations lumineuses.

D'après la question 2) : $\underline{s}_1 = \underline{s}_2 \, e^{-i\varphi}$ avec $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ax}{f'}$

et $\underline{s}_3 = \underline{s}_2 \, e^{i\varphi}$

$$\Rightarrow \quad \underline{s}_{tot} = \underline{s}_2 \left(1 + e^{-i\varphi} + e^{i\varphi} \right)$$

$$= \underline{s}_2 \left(1 + 2\cos(\varphi) \right)$$

L'intensité lumineuse $\quad I = \langle s_{tot}^2 \rangle$

$$= \frac{1}{2} \mathrm{Re} \left(\underline{s}_{tot} \, \underline{s}_{tot}^* \right)$$

$$\Rightarrow \quad I = \langle s_2^2 \rangle \left(1 + 2 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{a x}{f'} \right) \right)^2$$

$$= I_0 \left(1 + 2 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{a x}{f'} \right) \right)$$

I_0 : intensité pour un seul trou.