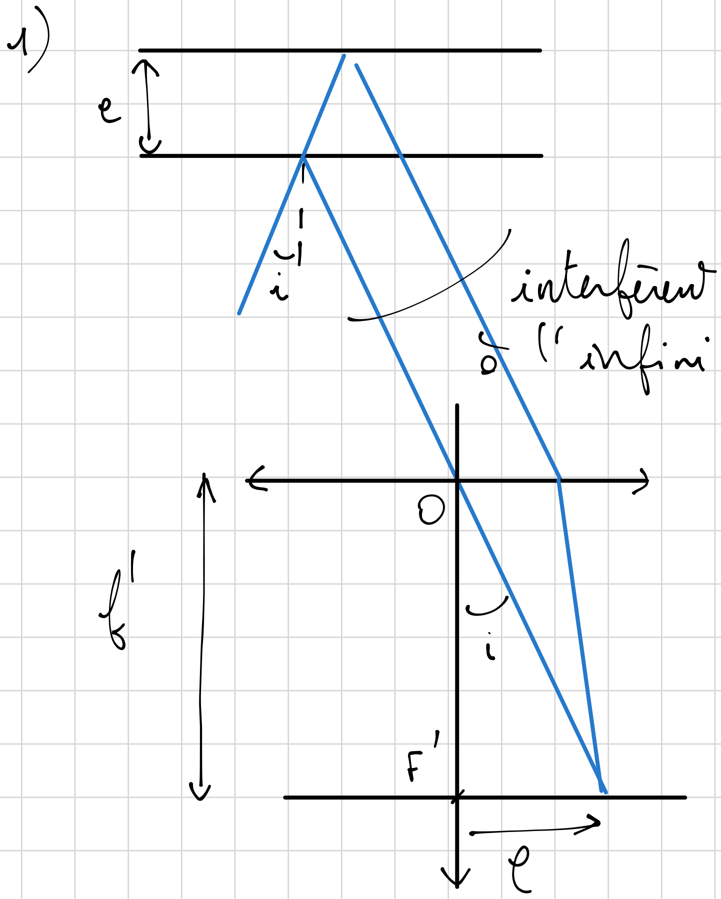
OPTIQUE - TD2 - Interféromètre de Michelson

Exercice 1

1)



L'écran doit être placé dans le plan focal image d'une lentille convergente

2) La différence de marche :

$$\delta = 2e \cos i$$

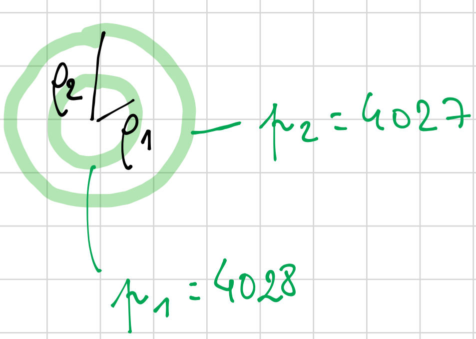
Au centre de l'écran $i = 0$

$$\Rightarrow \delta_0 = 2e$$

L'ordre d'interférence $p_0 = \dfrac{\delta_0}{\lambda_0}$

A.N : $p_0 = \dfrac{2 \times 1{,}1.10^{-3}}{5{,}461.10^{-7}} = 4028{,}6$

→ le centre est plutôt sombre.



On a : $\tan i = \dfrac{\rho}{f'}$

et $2e \cos i = p \lambda_0$ avec $2e = p_0 \lambda_0$

En faisant l'approximation des petits angles, on obtient :

$$i = \frac{\rho}{f'} \qquad 1 - \frac{i^2}{2} = \frac{p}{p_0} \Rightarrow \begin{cases} i = \sqrt{2\left(1 - \dfrac{p}{p_0}\right)} \\ \rho = f' \sqrt{2\left(1 - \dfrac{p}{p_0}\right)} \end{cases}$$

A.N :

$\rho_1 = 1{,}7.10^{-2}$ m $\qquad \rho_2 = 2{,}8.10^{-2}$ m

On trouve le même résultat en écrivant $i = \arccos\left(\dfrac{p}{p_0}\right)$, $\rho = f' \tan i$

3) On suit l'anneau correspondant à $p_1 = 4028$

a) $\delta = 2e\cos i = p_1 \lambda_0$ constant

$\Rightarrow$ lorsque e diminue, $\cos i$ augmente : l'angle i et donc le rayon ρ_1 diminuent lorsque e diminue. Les anneaux semblent rentrer au centre de la figure.

b) Le premier anneau disparaît lorsque l'ordre d'interférence au centre de la figure : $p'_0 = p_1$ soit $2e' = 4028\,\lambda_0$

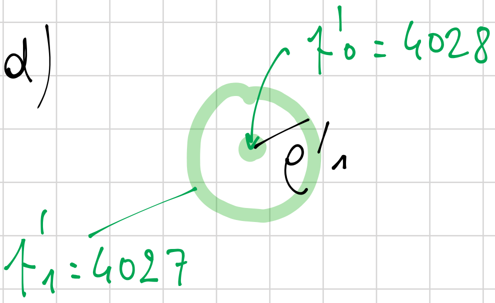
c) L'écart entre e et e' :

$$2(e - e') = (4028{,}6 - 4028)\,\lambda_0$$

$\Rightarrow$ $e - e' = 0{,}3\,\lambda_0$ de l'ordre de $0{,}15\ \mu m$

Cet écart est très faible par rapport aux plus petits déplacements réalisables en chariotant.

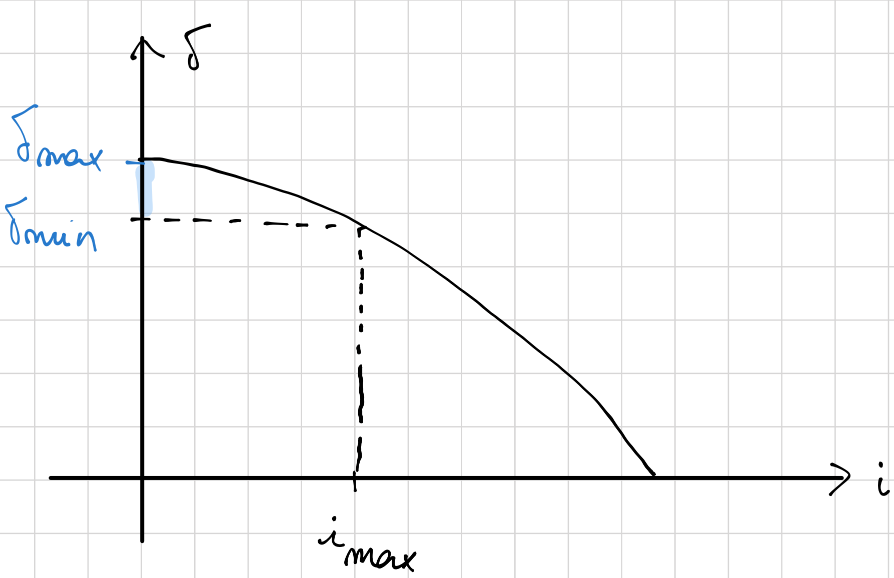
d)



$$\rho'_1 = f'\sqrt{2\left(1 - \frac{p'_1}{p'_0}\right)}$$

A.N : $\rho'_1 = 2{,}2 \cdot 10^{-2}$ m $> \rho_1$

4)



On trace $\delta = 2e\cos i$ en fonction de i.

$i \in [0, i_{max}]$

$\Rightarrow \delta \in [2e\cos i_{max}, 2e]$

On passe d'un anneau au suivant lorsque δ varie de λ_0, on a donc

$$N = E\left(\frac{2e - 2e\cos i_{max}}{\lambda_0}\right)$$

A.N : N = 22 anneaux visibles

On observe un grand nombre d'anneaux même pour e assez faible.

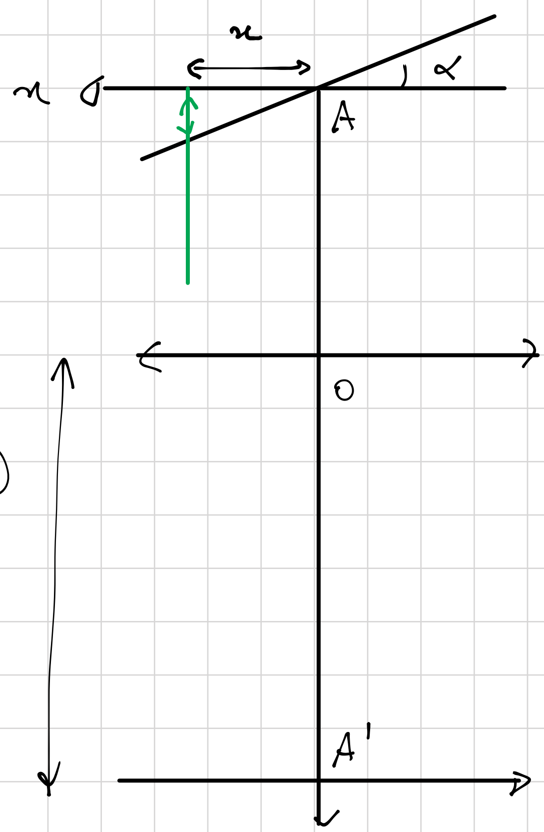
5) $\delta_{max} = 2\, e_{max}$

On estime $\ell_c = \delta_{max}$ soit $\ell_c = 3{,}6$ mm

$\ell_c = \dfrac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \Rightarrow \Delta\lambda = 8.10^{-11}$ m $\simeq 0{,}1$ nm

On trouve également $\Delta\nu = \dfrac{1}{\tau_c} = \dfrac{c}{\ell_c} \simeq 10^{11}$ Hz

Exercice 2



$\delta = 2x \tan\alpha$

$\simeq 2x\alpha$ car l'angle α est faible.

1) $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Formule de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$$\Rightarrow 1 - \gamma = \frac{\overline{OA'}}{f'}$$

$$\Rightarrow \gamma = 1 - \frac{\overline{OA'}}{f'}$$

A.N : $\gamma = 1 - \dfrac{1{,}3}{0{,}2} = -5{,}5$

2) $\left.\begin{aligned} \delta = 2\alpha x &= p_0\lambda_0 \\ 2\alpha(x+i) &= (p_0+1)\lambda_0 \end{aligned}\right\}$ $i = \dfrac{\lambda_0}{2\alpha}$ au niveau des miroirs

$\Rightarrow$ L'interfrange sur l'écran s'écrit donc $|\gamma| \dfrac{\lambda_0}{2\alpha}$

On peut donc calculer : $\alpha = \dfrac{5{,}5 \times 5{,}46.10^{-7}}{2 \times 4.10^{-3}} = 3{,}8.10^{-4}$ rad

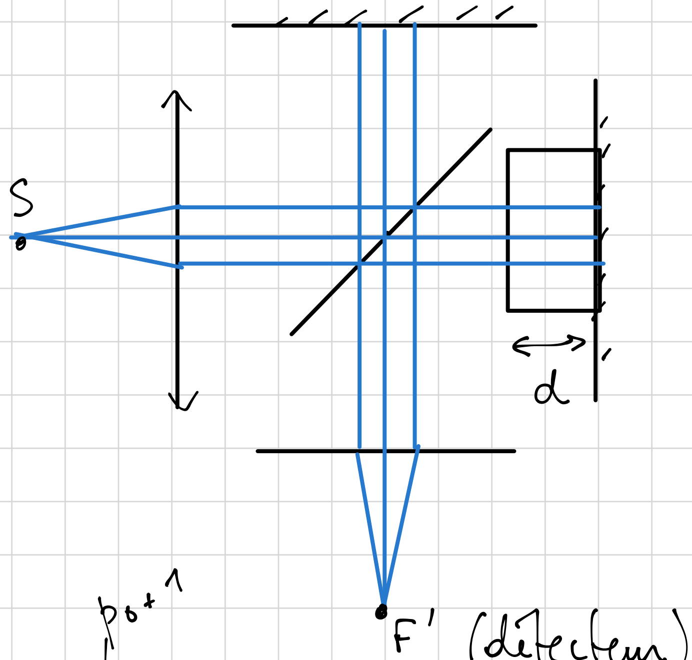
3) L'image des miroirs sur l'écran a un diamètre $|\gamma| d$

$\Rightarrow$ on voit $N = E\left(\dfrac{|\gamma|\, d}{i}\right)$ franges (avec $i = 4$ mm)

A.N : $N = E\left(\frac{5,5 \times 20}{4}\right) = 27$ franges

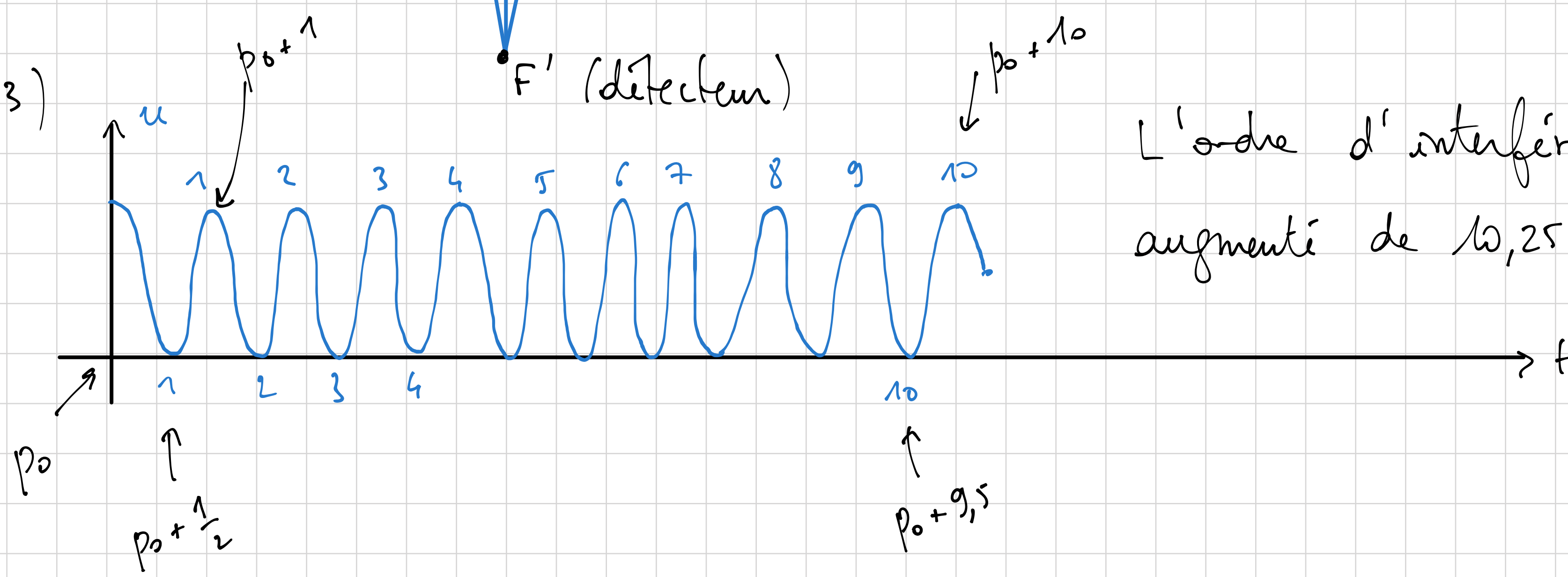
Exercice 3

1)



2) Dans le plan focal image de la 2e lentille on observe une tache au foyer image F'.

3)



L'ordre d'interférence a augmenté de 10,25

4) Entre le début et la fin de l'expérience la différence de marche est passée de : $\delta_0 + 2d \times 1$ à $\delta_0 + 2d \times n_{air}$

↑ aller-retour dans la cuve d'épaisseur d

On a ainsi :

$$2d\,(n_{air} - 1) = 10,25\,\lambda_0$$

Soit $$n_{air} - 1 = \frac{10,25 \times 5,89.10^{-7}}{2 \times 10^{-2}} = 3.10^{-4}$$

$(n_{air} = 1,0003)$

Exercice 4

1) On éclaire les miroirs avec un faisceau quasi-parallèle (source peu étendue au foyer objet d'une lentille convergente).

L'observation se fait en formant l'image des miroirs sur l'écran.

Dans le cas d'une source de lumière blanche on est proche du contact optique.

2) Il s'agit d'un spectre continu présentant des raies sombres, on parle de spectre cannelé.

La différence de marche introduite par le film plastique :

$$\delta = \underbrace{2ne}_{\substack{\text{aller-retour}\\ \text{dans le film}\\ \text{d'épaisseur } e\text{, d'indice } n}} - \underbrace{2e}_{\text{aller retour dans l'air sur l'autre voie.}}$$

Les longueurs d'onde $\lambda_1 = 640\,nm$ et $\lambda_2 = 660\,nm$ correspondent à des cannelures sombres successives, on a donc

$$p_1 = \frac{\delta}{\lambda_1} = \left(\frac{1}{2} + k\right) \quad \text{avec} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$p_2 = \frac{\delta}{\lambda_2} = p_1 - 1 \qquad (\text{car } \lambda_2 > \lambda_1)$$

$$\Rightarrow \quad \delta\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = 1 \quad \Rightarrow \quad 2e(n-1) = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

Soit $e = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2(n-1)(\lambda_2-\lambda_1)}$ A.N : $e = \dfrac{6{,}4.10^{-7} \cdot 6{,}6.10^{-7}}{2 \times 0{,}5 \times 0{,}2.10^{-7}}$

$$e = \frac{6{,}4 \times 6{,}6}{2} \cdot 10^{-6} = 2.10^{-5}\ m \quad \text{soit environ } 20\ \mu m$$

Exercice 5.

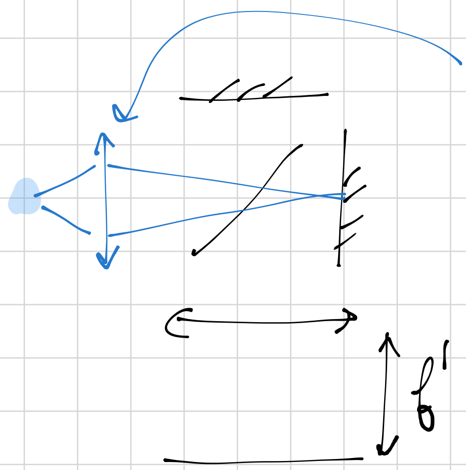
1) En assimilant l'air à un GP de masse molaire M :

$$PV = nRT \Rightarrow MPV = \underbrace{nM}_{\text{masse } m} RT \quad \text{soit } \rho = \frac{m}{V} = \frac{MP}{RT}$$

La masse volumique de l'air est proportionnelle à $\frac{P}{T}$, on a donc $n-1$ proportionnel à $\frac{P}{T}$

$$\left.\begin{array}{l} n-1 = a\dfrac{P}{T_0} \\ n_0 - 1 = a\dfrac{P_0}{T_0}\end{array}\right\} \quad \boxed{n - n_0 = \frac{a}{T_0}(P - P_0)}$$

2)



un condenseur (lentille de courte focale) permet de faire l'image de la source au niveau des miroirs).

f' observation dans le plan focal image d'une lentille convergente (la taille de l'image sur l'écran augmente avec f')

3) Au centre $\delta_0 = p_0 \lambda = 2e$ avec p_0 entier

Le $k^{ième}$ anneau correspond à $\delta_k = (p_0 - k)\lambda = 2e\cos i$

$$\Rightarrow \quad \cos i = 1 - \frac{k}{p_0}$$

Dans le cadre de l'approximation des petits angles $\cos i = 1 - \frac{i^2}{2}$

$$\Rightarrow \quad i = \sqrt{\frac{2k}{p_0}} \quad \text{avec} \quad p_0 = \frac{2e}{\lambda}$$

Le rayon du $k^{ième}$ anneau a un rayon ρ_k tel que $\tan i = \frac{\rho_k}{f'}$

On a ainsi :

$$\boxed{\rho_k = f'\sqrt{\frac{2k}{p_0}} = f'\sqrt{\frac{k\lambda}{e}}}$$

4) La cuve introduit une différence de marche $\delta = 2L(n - n_0)$ (cf exercice 3)

On a $\delta = N\lambda$ (chaque fois que δ augmente de λ, on enregistre le passage d'une frange !.

$$\Rightarrow \quad N = \frac{2L}{\lambda}(n - n_0)$$

b) $$N = \frac{2L}{\lambda}\frac{a}{T_0}(p - p_0)$$

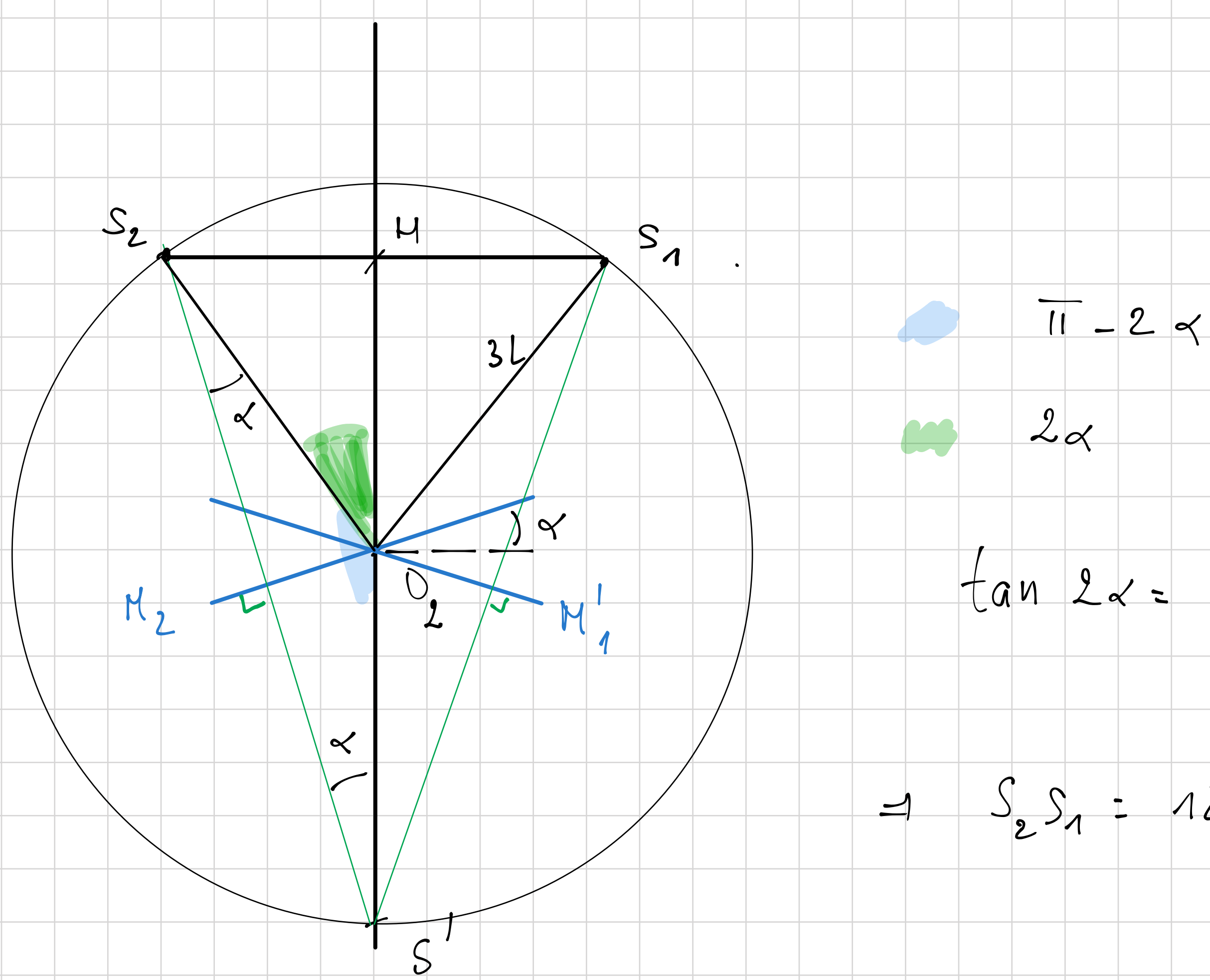
On trace N en fonction de $p - p_0$ $\Rightarrow$ on obtient une droite de pente 4.10^{-4} (pour $p - p_0$ en Pa)

$$\Rightarrow \quad a = \frac{4.10^{-4} \times 3.10^2 \times 5{,}3 .10^{-7}}{2 \times 4.10^{-2}} = \frac{3 \times 5{,}3}{2} . 10^{-7}$$

soit $a = 8.10^{-7}$ K.Pa^{-1}

Exercice 6

On utilise S' symétrique de S par la séparatrice et M_1' symétrique de M_1 par la séparatrice. $OS' = 3L$



$$\tan 2\alpha = \frac{S_2 S_1}{2 \times 3L} \simeq 2\alpha$$

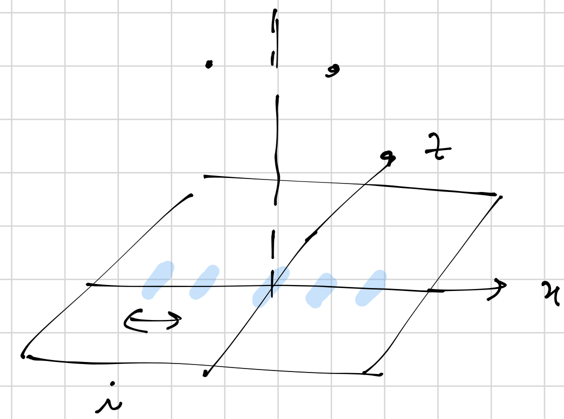
$$\Rightarrow \quad S_2 S_1 = 12 L \alpha$$

$\cos(2\alpha) = \dfrac{O_2H}{3L} \Rightarrow O_2H \simeq 3L \Rightarrow D = O_2H + O_2O + 4L = 8L$

A.N : $a = 4 \times 0{,}25 \times 3 \times 10^{-3} = 3.10^{-3}$ m

$D = 2{,}0$ m

2) On observe des franges rectilignes



L'interfrange $i = \dfrac{\lambda D}{a}$

A.N : $i = \dfrac{6{,}33.10^{-7} \times 2}{3.10^{-3}} = 4{,}2$ mm