Interrogation de cours - Mécanique quantique Ch1

1. On considère une particule de masse m, de vitesse v. Donner l'expression de la longueur d'onde de Broglie λ_{DB} associée à cette particule. À quelle condition sur λ_{DB} l'analyse du mouvement de la particule nécessite l'utilisation de la mécanique quantique ?
2. On donne l'équation de Schrödinger (particule non relativiste de masse m dans un potentiel $V(x)$) :
$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x,t)$$
   (a) Vérifier que l'OPPM :
$$\psi(x,t) = \psi_o e^{i(kx-\omega t)}$$
   est solution de l'équation de Schrödinger dans le cas d'une particule libre ($V(x) = 0$).
   (b) Écrire la relation de dispersion. Commenter le résultat obtenu.
   (c) Pourquoi faut-il décrire la particule par un paquet d'ondes (et pas par une OPPM). En déduire l'expression de la vitesse de groupe. Commenter.
   (d) Définir le vecteur densité de courant de probabilité dans le cas d'un flux de particules décrites par une OPPM $\psi(x,t) = \psi_o e^{i(kx-\omega t)}$.
3. On donne l'équation de Schrödinger (particule non relativiste de masse m dans un potentiel $V(x)$) :
$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x,t)$$
   On cherche $\psi(x,t)$ sous la forme d'un état stationnaire :
$$\psi(x,t) = \varphi(x)\exp(-iEt/\hbar)$$
   En déduire l'équation de Schrödinger indépendante du temps vérifiée par $\varphi(x)$.