Thermo – TD 2 – Rayonnement thermique

Exercice 1

1) A et B sont deux corps noirs isothermes : $\varphi_A^e = \sigma T_A^4$, $\varphi_B^e = \sigma T_B^4$

Le flux de A vers B :

$$\phi = S\left(\sigma T_A^4 - \sigma T_B^4\right)$$

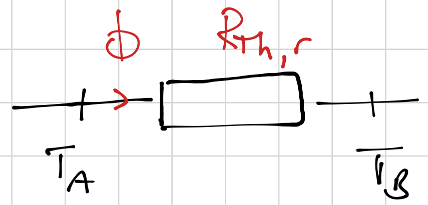
On écrit $T_B = T_A + T_B - T_A$

On introduit $\Delta T = T_A - T_B \Rightarrow T_B = T_A - \Delta T$ avec $\frac{\Delta T}{T_A} \ll 1$

$$T_B^4 = T_A^4\left(1 - \frac{\Delta T}{T_A}\right)^4 \Rightarrow T_B^4 \simeq T_A^4\left(1 - 4\frac{\Delta T}{T_A}\right)$$

On peut alors écrire : $\boxed{\phi = 4\sigma S\, T_A^3\,(T_A - T_B)}$

2)



$$T_A - T_B = R_{Th}\,\phi$$

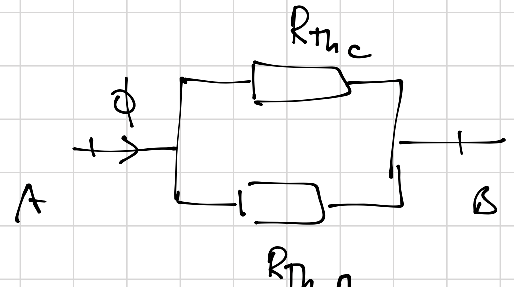
avec $\boxed{R_{Th,r} = \frac{1}{4\sigma T_A^3 S}}$

3) (a) La résistance thermique due à la conduction $R_{Th,c} = \frac{e}{\lambda S}$

$$\frac{R_{Th,c}}{R_{Th,r}} = \frac{4\sigma T_A^3\, e}{\lambda} \sim 1 \quad \text{pour} \quad T_A = \left(\frac{\lambda}{4\sigma e}\right)^{1/3}$$

A.N : $T_A = \left(\frac{3.10^{-2}}{4 \times 5{,}67.10^{-8} \times 5.10^{-3}}\right)^{1/3} = 3.10^2\ K$

b) Pour $T_B = T_A$, les deux transferts se font en parallèle :



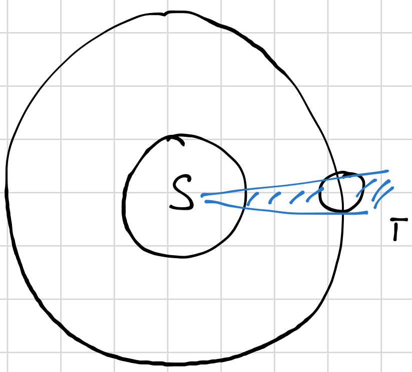
$$R_{eq} = \frac{R_{Th,c} \cdot R_{Th,r}}{R_{Th,c} + R_{Th,r}} = \frac{R_{Th}}{2}$$

car $R_{Th\,c} = R_{Th,r} = R_{Th}$ pour $T_A = 3.10^2\,K$.

Exercice 2

1) Le Soleil émet comme un corps noir isotherme à la température T_S :

$$\Phi_{tot} = \sigma T_S^4 \, 4\pi R_S^2$$



La Terre reçoit une fraction :

$$\phi = \sigma T_S^4 \, 4\pi R_S^2 \cdot \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2}$$

$$\Rightarrow \quad \phi = \sigma T_S^4 \frac{\pi R_T^2 R_S^2}{d^2}$$

2) La Terre reçoit ϕ de la part du Soleil et émet $\sigma T_T^4 \, 4\pi R_T^2$

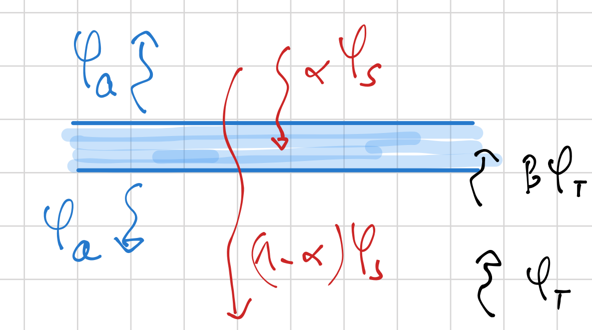
L'équilibre radiatif s'écrit :

$$\sigma T_S^4 \frac{\pi R_T^2 R_S^2}{d^2} = \sigma T_T^4 \, 4\pi R_T^2$$

$$\Rightarrow \quad T_T = T_S \left(\frac{R_S}{2d}\right)^{1/2}$$

A.N : $T_T = 275$ K avec ce modèle

3)



Equilibre radiatif de la Terre :

$$(1-\alpha)\phi + 4\pi R_T^2 \beta \sigma T_a^4 = 4\pi R_T^2 \sigma T_T'^4$$

avec $\phi = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4$ d'après la question 2, on a donc :

$$\boxed{(1-\alpha) T_T^4 + \beta T_a^4 = T_T'^4}$$

Equilibre radiatif de l'atmosphère

l'atmosphère émet vers la Terre et vers l'espace

$$\alpha \phi + \beta \, 4\pi R_T^2 \sigma T_T'^4 = 2\beta \, 4\pi R_T^2 \sigma T_a^4$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\alpha T_T^4 + \beta T_T'^4 = 2\beta T_a^4}$$

On en déduit :

$$\begin{cases} T_T'^4 = \dfrac{2-\alpha}{2-\beta} T_T^4 \\ T_a^4 = \dfrac{\alpha+\beta-\alpha\beta}{\beta(2-\beta)} T_T^4 \end{cases}$$

A.N : $T_a = 272\ K$; $T_T' = 298\ K > T_T$ (effet de serre)

Exercice 3

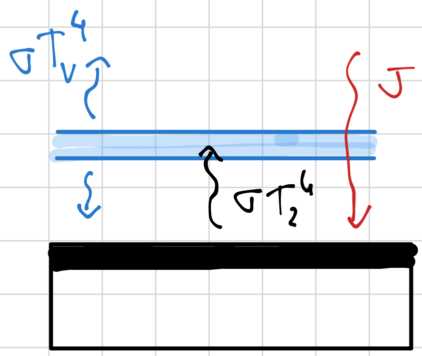
1) a) Equilibre radiatif : $J = \sigma T_1^4$

A.N : $T_1 = 344\ K$

b) $\lambda_1 T_1 = 2,9.10^3\ \mu m.K$ (loi de Wien)

$\Rightarrow \lambda_1 = 8,4\ \mu m$ (IR)

2)



Equilibre radiatif de la vitre :

$$2\sigma T_V^4 = \sigma T_2^4$$

Equilibre radiatif de la surface S :

$$\sigma T_V^4 + J = \sigma T_2^4$$

On a ainsi : $\sigma T_V^4 = J \Rightarrow T_V = T_1 = 344\ K$

$\sigma T_2^4 = 2J \Rightarrow T_2 = 410\ K$ (effet de serre).

3) a) Pour la vitre le bilan est inchangé : $2\sigma T_V^4 = \sigma T_3^4$

La surface S cède une puissance $\mathcal{P}$ à l'eau :

$$\Big(J + \underbrace{\sigma T_V^4}_{\frac{\sigma T_3^4}{2}}\Big) S = \sigma T_3^4 S + \mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{P} = \left(J - \frac{\sigma T_3^4}{2}\right) S$$

Rq : cette relation traduit le régime permanent (ce n'est pas un équilibre radiatif).

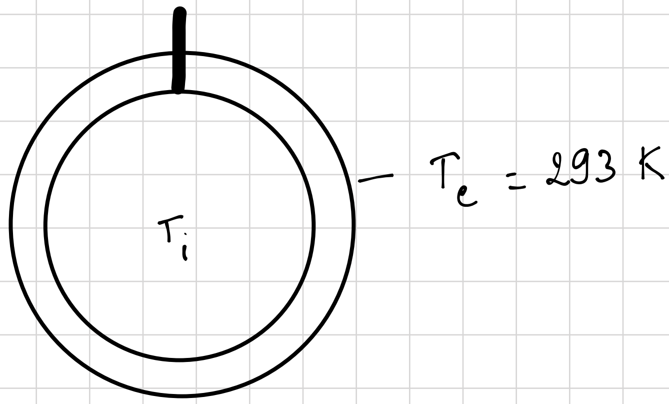
b) $\mathcal{P}\,dt = dm\ c\ \Delta T$ avec $dm = 15\ kg$ pour $dt = 1h$

$$\Rightarrow S = \frac{dm\ c\ \Delta T}{dt\left(J - \frac{\sigma T_3^4}{2}\right)}$$

Rq : $\dfrac{dm}{dt}$ = débit massique

A.N : $S = \dfrac{15 \times 4{,}18.10^3 \times 53}{3600\left(800 - \frac{1}{2}\times 5{,}67.10^{8} \times 333^4\right)} = 2\ m^2$

Exercice 4



L'enceinte intérieure :

* émet $\sigma T_i^4\, 4\pi r^2$
* reçoit $\phi = \sigma T_e^4\, 4\pi r'^2$ de la part de l'enceinte extérieure avec $r' \simeq r$
* cède $dm\, h_v$ par évaporation de l'hélium pendant un temps dt

$$\Rightarrow \quad \sigma T_e^4\, 4\pi r^2 dt = \sigma T_i^4\, 4\pi r^2\, dt + dm\, h_v$$

$$\Rightarrow \quad dm = \frac{\sigma (T_e^4 - T_i^4)\, 4\pi r^2\, dt}{h_v}$$

A.N : $dm : 8{,}5.10^2$ g par heure

2) Il faut remplacer $T_e = 293\ K$ par $T' = 77\ K$ dans le calcul précédent et on obtient $dm' = 4{,}0$ g : on économise beaucoup d'hélium liquide grâce à cette méthode.

Exercice 5

$$P\,\Delta t = \underbrace{\frac{10}{100}\,\frac{M_{soleil}}{4\, m_{proton}}}\, Q$$

→ nb de groupe de 4 protons dans le cœur du Soleil pouvant libérer Q par chaîne pp

La masse d'un proton n'est pas donnée, on peut l'estimer en utilisant la masse molaire de l'hydrogène $M_H = 1 g.mol^{-1}$

$\Rightarrow \quad m_{proton} \simeq \dfrac{1.10^{-3}}{6.10^{23}}$ kg

$N_A = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}

$$\Rightarrow \Delta t = 10^{-1} \times \frac{2.10^{30} \times 6.10^{23}}{4.10^{-3}} \times \frac{24{,}7.10^{6} \times 1{,}6.10^{-19}}{3{,}83.10^{26}}$$

$$= \frac{6 \times 24{,}7 \times 1{,}6}{2 \times 3{,}83} . 10^{16}$$

$$= 3.10^{17} \text{ s}$$

Soit environ 10 milliards d'années : on trouve un bon ordre de grandeur.

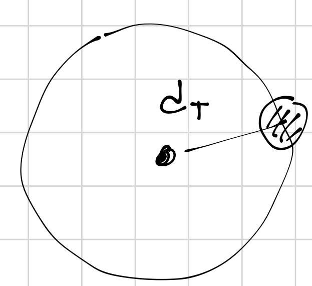
Exercice 6

1) On compte 5,5 carreaux de $500 \times 0{,}5 \underbrace{W.m^{-2}.\mu m^{-1}.\mu m}_{W.m^{-2}}$

$$\Rightarrow C = 5{,}5 \times 5.10^{2} \times 0{,}5 = \underline{1{,}4.10^{3} \text{ W.m}^{-2}}$$

2) La puissance totale émise par le Soleil :

$$P = \sigma T_S^4 . 4\pi R_S^2$$



AN : $P = 5{,}67.10^{-8} \times (6.10^3)^4 \times 4\pi (6{,}9.10^8)^2$

$= 4{,}4.10^{26}$ W (cf exercice 5, l'écart entre les deux valeurs vient de l'arrondi de T_S)

Au niveau de la Terre, cette puissance se répartit sur une sphère de rayon d_T, on a ainsi :

$$C = \frac{P}{4\pi d_T^2}$$

A.N : $C = 1{,}6.10^{3}$ W/m^2 (compatible avec 1))

3) En considérant que l'équilibre radiatif s'écrit $C_p = \sigma T_p^4$ (on ne tient alors compte ni de la rotation de la planète sur elle-même, ni des saisons (inclinaison de l'axe ou excentricité de la trajectoire) ni de l'albedo, ni de l'effet de serre) on obtient :

$$T = \left(\frac{P}{4\pi d_T^2 \sigma} \right)^{1/4}$$

effet de serre le plus fort (atmosphère riche en CO_2)

4)

Planète	Mercure	Vénus	Terre	Mars
T_p	100 - 650	700	288	150 - 300
Tcalculé	515	560	407	367

forte inclinaison → importance des saisons

forte excentricité
parcourt 2/3 orbite le temps de faire un tour sur elle-même
pas d'albedo

- alternance saison, jour/nuit ⇒ $\frac{C}{4}$
- effet de serre
- albedo

Exercice 7

29) La loi des GP : $PV = nRT$

$$\Rightarrow P(z) = N(z)\, R\, T(z)$$

On a ainsi : $\frac{dP}{dz} = -Mg \frac{P}{RT}$

soit $\frac{RT}{Mg} \frac{1}{P(z)} \frac{dP}{dz} = -1$

D'autre part $\frac{dT}{dz} = -\Gamma$, on a donc : $\Gamma \cdot \frac{RT}{Mg} \frac{1}{P} \frac{dP}{dz} = \frac{dT}{dz}$

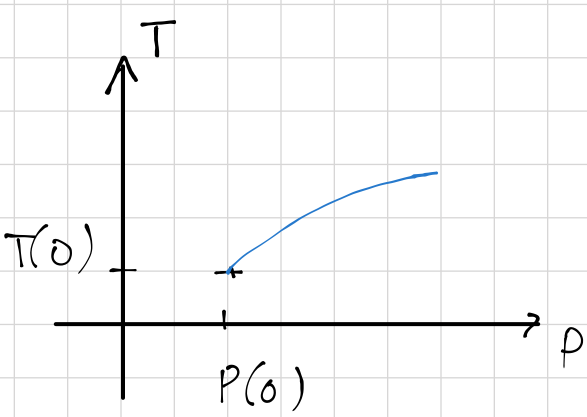
$$\Rightarrow \quad \frac{\Gamma R}{Mg}\,\frac{1}{P}\,\frac{dP}{dz} = \frac{1}{T}\,\frac{dT}{dz}$$

On intègre cette relation entre $z=0$ et z en posant $\boxed{\beta = \frac{\Gamma R}{Mg}}$

$$\beta \ln\left(\frac{P(z)}{P(0)}\right) = \ln\left(\frac{T(z)}{T(0)}\right)$$

(P et T sont des grandeurs positives)

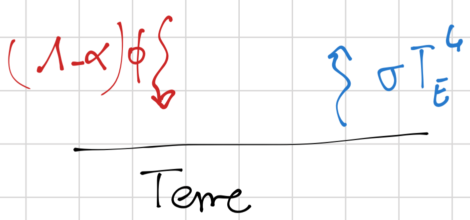
soit $$\boxed{\left(\frac{P(z)}{P(0)}\right)^{\beta} = \frac{T(z)}{T(0)}}$$



30) A.N :

$$\beta = \frac{6.10^{-3} \times 8}{3.10^{-2} \times 10} = 0,16$$

31)



Equilibre radiatif :

$$(1-\alpha)\,\phi = \sigma T_E^4$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T_E = \left(\frac{(1-\alpha)}{\sigma}\,\phi\right)^{1/4}}$$

32) $$\mu(z) = \int_z^{+\infty} x\, N(z)\, dz$$

fraction molaire = $\dfrac{\text{nb de mole de } CO_2}{\text{nb total de moles gazeuses}}$

On a $N(z) = -\dfrac{1}{Mg}\dfrac{dP}{dz} \Rightarrow \mu(z) = -\dfrac{1}{Mg}\displaystyle\int_z^{+\infty} x\,\frac{dP}{dz}\,dz$

Soit $$\boxed{\mu(z) = x\,\frac{P(z)}{Mg}}$$ car $P(z) \xrightarrow[z\to\infty]{} 0$

L' altitude h correspond à $\mu_c = x \dfrac{P(h)}{Mg}$

$$\Rightarrow \boxed{P(h) = \frac{Mg\,\mu_c}{x}}$$

33) $$\frac{T_E}{T(0)} = \left(\frac{Mg\,\mu_c}{x\,P(0)}\right)^{\beta} \Rightarrow \boxed{T(0) = T_E \left(\frac{x\,P(0)}{Mg\,\mu_c}\right)^{\beta}}$$

34) L' aire sous la courbe est donnée par la loi de Stefan :

$$\phi = \sigma T^4$$

35) n_{max} est donné par la loi de Wien : $\dfrac{T}{n_{max}}$ = constante

$\left(n = \dfrac{1}{\lambda}\right)$ $\Rightarrow$ n_{max} est proportionnel à T

36) On compte 27 carreaux environ correspondant chacun à $200 \times 0{,}05$ $W.m^{-2}$ soit 270 $W.m^{-2}$ environ

37) Si on augmente la teneur en CO_2, la bande d'absorption est plus marquée à 700 cm^{-1}.

Pour que l'aire reste à 270 $W.m^{-2}$ environ il faut que la zone en dehors de la bande d'absorption s'élève.