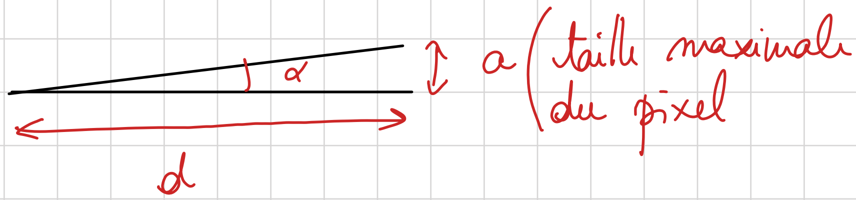
Centrale MPi 2023

Q11) Limite de résolution de l'œil : $\alpha = 3.10^{-4}$ rad

Distance d'observation : $d = 30$ cm



$\left\{ \begin{array}{l} \tan\alpha = \dfrac{a}{d} \\ \text{petits angles } \tan\alpha \simeq \alpha \end{array} \right.$

$\Rightarrow \quad a = d\,\alpha$

<u>AN</u> : $a = 3.10^{-1} \times 3.10^{-4} = 9.10^{-5}$ m soit 90 µm au maximum pour qu'on ne puisse pas distinguer les pixels.

Q12) On mesure sur la banc du 4 : $X = 1{,}0$ cm pour $N = 11$ pixels

$$\Rightarrow \quad a = \frac{1{,}0 . 10^{-2}}{10 \times 11} = 9{,}09\, 10^{-5} \text{ m}$$

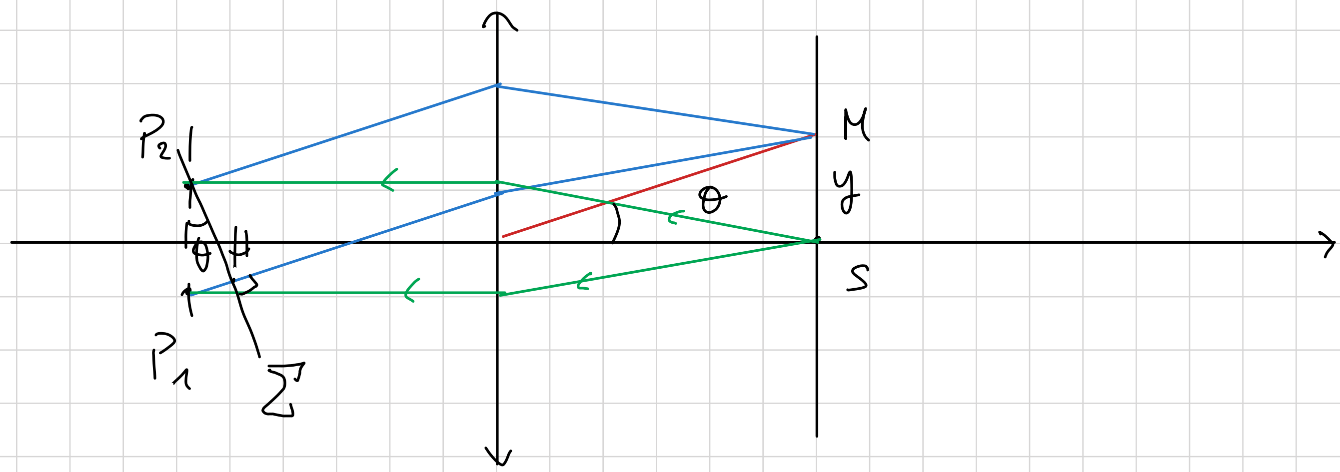
$$a = \frac{X}{10N} \qquad u(X) = \frac{10^{-3}}{\sqrt{3}} \text{ m}$$ (règle graduée au mm figure sombre)

On suppose qu'on ne s'est pas trompé sur N (on a recompté plusieurs fois), on a alors :

$$\frac{u(a)}{a} = \frac{u(X)}{X} \Rightarrow u(a) = 5{,}3 . 10^{-6} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 90{,}9 \ \mu m \\ u(a) = 5{,}3 \ \mu m \end{array} \right.$$

Q13) La distance entre $\mathcal{L}_2$ et l'écran doit être égale à la distance focale f_2'. M est dans le plan focal image de $\mathcal{L}_2$, les rayons convergeant en M sont parallèles à (O_2M) avant la lentille.



Q14) D'après le principe du retour inverse de la lumière et le théorème de Malus Σ est une surface d'onde pour un point source en M.
(Σ $\perp$ aux RL issus de M) $\Rightarrow$ $L_{HM} = L_{P_2M}$

Par symétrie $L_{SP_1} = L_{SP_2}$, on a donc $\delta = P_1H$

$$\sin\theta = \frac{P_1H}{a} \qquad \tan\theta = \frac{y}{f_2'}$$

Approximation des petits angles $\sin\theta \simeq \theta$, $\tan\theta \simeq \theta$

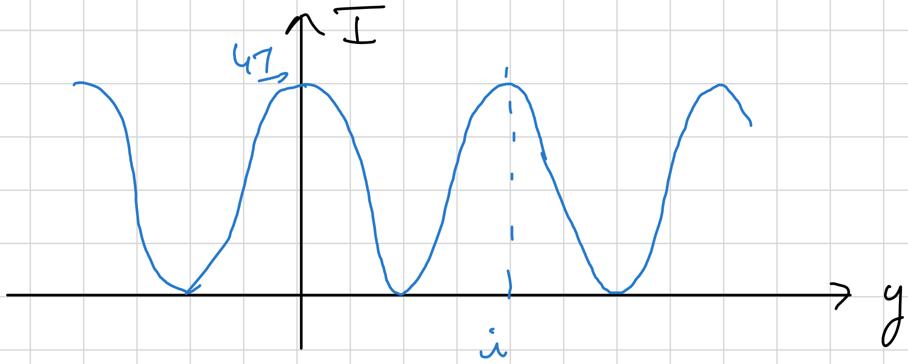
$\Rightarrow$ $P_1H \simeq \frac{ay}{f_2'}$ soit $\delta = \frac{ay}{f_2'}$

Q15) $p(M) = \frac{\delta}{\lambda} = \boxed{\frac{ay}{\lambda f_2'}}$

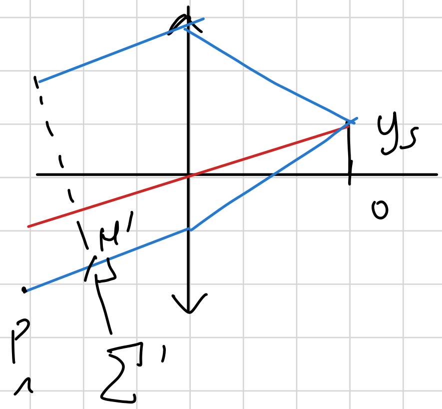
$p(M) =$ constante $\Leftrightarrow$ $y =$ constante , la figure d'interférence est constituée de franges rectilignes parallèles à (Oz)

p augmente de 1 lorsque y varie de $i = \frac{\lambda f_2'}{a}$ interfrange

Q16) Formule de Fresnel : $I(M) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ay}{f_2'}\right)\right)$



Avec un seul miroir, pas d'interférence, $I = I_0$

Q17) 

Il apparaît de même une différence de marche supplémentaire : $\delta' = P_1H' = \dfrac{a y_s}{f_2'}$

$$\Rightarrow \delta = \frac{a y}{f_2'} + \frac{a y_s}{f_2'}$$

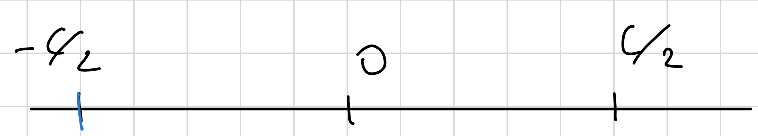
$\Rightarrow$ La figure d'interférence est translatée de $-y_s$ mais l'interfrange est inchangé.

Q18) La figure d'interférence sera brouillée pour

$$p\left(y_s = \frac{C_{max}}{2}\right) - p(y_s = 0) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a\, C_{max}}{2 f_2' \lambda} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_{max} = \frac{f_2' \lambda}{a}$$

A.N : $C_{max} = \dfrac{0{,}455 \times 5{,}89.10^{-7}}{4.10^{-4}} = 6{,}7.10^{-4}$ m ce qui reste faible (< 1mm) mais réalisable en pratique.

Q19) 

$K = 2 \rightarrow -\frac{c}{2}, \frac{c}{2}$

$K = 3 = -\frac{c}{2}, 0, \frac{c}{2}$

$K = 4 : -\frac{c}{2}\ *\ *\ \frac{c}{2}$

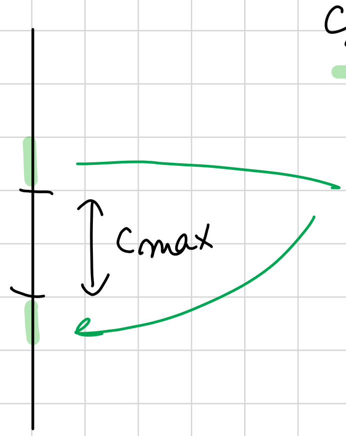
$c/3$

```
def Itot(y, c, K):
    I = 0
    for i in range(K):
        I = I + intensite(y, -c/2 + i*c/(K-1))
    return I
```

Q20)

```
def contraste(I):
    Imax = np.max(I)
    Imin = np.min(I)
    return ((Imax - Imin)/(Imax + Imin))
```

Q21)

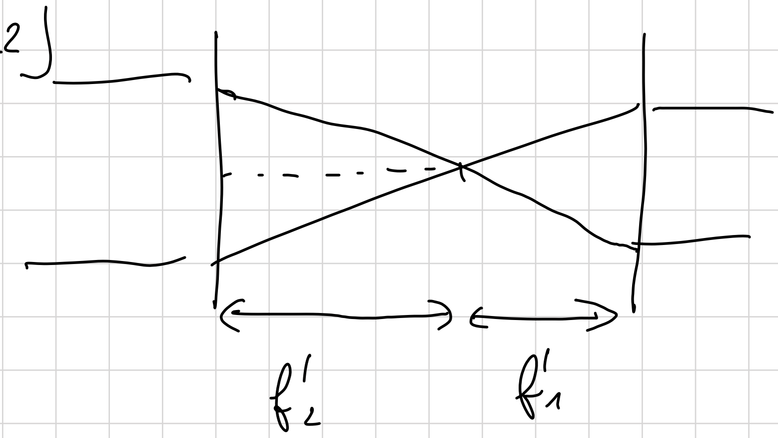


$c_{max} = i$ comme calculé Q18)

lorsqu'on augmente c à partir de c_{max}, les zones supplémentaires vont interférer constructivement et le contraste augmente à nouveau tout en restant faible.

La périodicité du contraste correspond à $\Delta p = \frac{1}{2}$ puis $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ ...

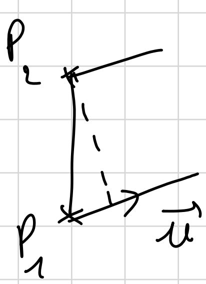
Q22)



$$\frac{D_{laser}}{f'_2} = \frac{d_{laser}}{f'_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{D_{laser} = \frac{f'_2}{f'_1} d_{laser}}$$

Q23)



On remarque $\delta = \overline{P_1 P_2} \cdot \vec{u}$ pour le résultat Q14)

On en déduit :

$$\delta_{i1} = \overline{P_1 P_i} \cdot \vec{u}$$

avec $\vec{u} = \dfrac{y}{f'_2} \vec{u}_y + \dfrac{z}{f'_2} \vec{u}_z$

$$\delta_{12} = \frac{ay}{f'_2} \qquad \delta_{13} = \frac{ay}{f'_2} - \frac{az}{f'_2} \qquad \delta_{14} = -\frac{az}{f'_2}$$

Ces ondes sont en phase pour $\delta_{1i} = p_i \lambda$ avec p_i entier

$$\Rightarrow \boxed{y_k = k \frac{\lambda f'_2}{a}} \quad \text{et} \quad \boxed{z_m = m \frac{\lambda f'_2}{a}}$$

Q24) Lorsque les ondes sont en phase (soit aux points (y_k, z_m))
la vibration lumineuse est égale à $N s_1$ avec s_1 vibration
pour le pixel 1 $\Rightarrow$ l'intensité vaut $N^2 I_0$

Q25) L'éclairement moyen est obtenu lorsqu'il y a brouillage
et vaut $N I_0$

Plus N est grand plus les points (y_k, z_m) ont une intensité forte par rapport à l'intensité moyenne.

Q26) On peut mesurer $i = \frac{\lambda f_2'}{a}$ sur la figure

$$i = \frac{1{,}8 \cdot 10^{-2}}{3} \times \frac{4}{7}$$

1,8 cm pour 3 i
7 mm pour la largeur du trou

avec $u(i) = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} \times \frac{4}{3 \times 7}$ $\Rightarrow$ $\frac{u(i)}{i} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3} \times 1{,}8 \cdot 10^{-2}} = 3{,}2 \cdot 10^{-2}$

$\Rightarrow$ $a = \frac{\lambda f_2'}{i}$ A.N : $a = 7{,}06 \cdot 10^{-5}$ m

$$\left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 = \Big(\underbrace{\frac{u(\lambda)}{\lambda}}_{1{,}9 \cdot 10^{-2}}\Big)^2 + \Big(\underbrace{\frac{u(f_2')}{f_2'}}_{6{,}6 \cdot 10^{-3}}\Big)^2 + \Big(\underbrace{\frac{u(i)}{i}}_{3{,}2 \cdot 10^{-2}}\Big)^2$$

$\Rightarrow$ $\frac{u(a)}{a} = 3{,}8 \cdot 10^{-2}$ soit $u(a) = 2{,}7 \cdot 10^{-6}$ m

$\Rightarrow$ $a = 70{,}6\ \mu m$ $u(a) = 2{,}7\ \mu m$

On calcule l'écart normalisé entre nos deux mesures :

$$EN = \frac{(90{,}9 - 70{,}6)}{\sqrt{5{,}3^2 + 2{,}7^2}} = 3{,}4 > 2$$ nos résultats ne sont pas compatibles.

IV. Etude d'un congélateur

Q33. On considère un congélateur cyclique ditherme. L'efficacité maximale de ce récepteur thermique est l'efficacité Carnot, elle correspond à un fonctionnement réversible.

On a alors :

$$\left.\begin{aligned} \Delta U &= Q_C + Q_F + W = 0 \\ \Delta S &= \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = 0 \end{aligned}\right\} \quad U \text{ et } S \text{ fonction d'état} + \text{cycle.}$$

entropie créée nulle (fonctionnement réversible)

$$e = \frac{Q_F}{W} = \frac{Q_F}{-Q_C - Q_F} \quad \text{et} \quad Q_C = -\frac{T_C}{T_F} Q_F$$

$$\Rightarrow \quad e = \frac{Q_F}{\left(\frac{T_C}{T_F} - 1\right) Q_F} = \boxed{\frac{T_F}{T_C - T_F}}$$

Q34. A.N : $e = \frac{273-18}{37} = \underline{6,9}$

Q35) Premier principe entre t et $t + dt$ en notant C la capacité thermique du téléphone :

$$C\, dT = -e\, \mathcal{P}\, dt \qquad e = \frac{\dot{Q}_F}{\mathcal{P}} \Rightarrow \dot{Q}_F = \mathcal{P} \times e$$

$$\Rightarrow \quad \Delta t = -\frac{C \Delta T}{e \mathcal{P}}$$

A.N : $\Delta t = \frac{0,15 \times 2,4 \cdot 10^3 \times 37}{3,2 \times 250} = 16 \text{ s}$

$\rightsquigarrow$ on sous-estime largement le temps nécessaire.

Q36] On considère cette fois que la puissance $e\mathcal{P}$ permet la solidification d'une masse m d'eau

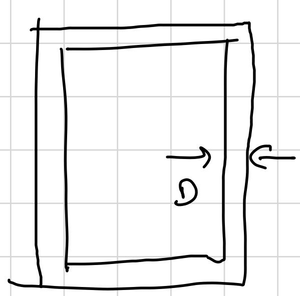
$$m\, c_\ell (\theta_{solid} - \theta_i) - m\, h_{fus} + m\, c_s (\theta_f - \theta_{solid}) = - e\mathcal{P}\Delta t$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{e\mathcal{P}\Delta t}{c_\ell(\theta_i - \theta_{solid}) + h_{fus} + c_s(\theta_{solid} - \theta_f)}$$

AN : $$m = \frac{3{,}2 \times 250 \times 3600}{4{,}18.10^3 \times 19 + 333.10^3 + 2{,}06.10^3 \times 18} = 6{,}4 \text{ kg}$$

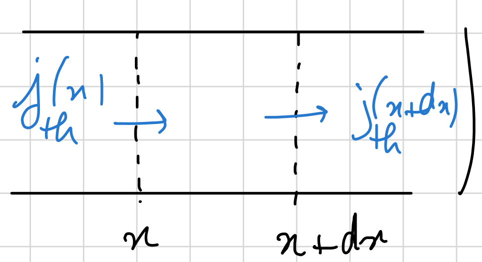
Ça paraît beaucoup, mais on néglige encore les problèmes de diffusion thermique.

Q37



Le transfert thermique est principalement lié à la conduction thermique.

Q38 En régime stationnaire, pour un système compris entre x et $x+dx$:



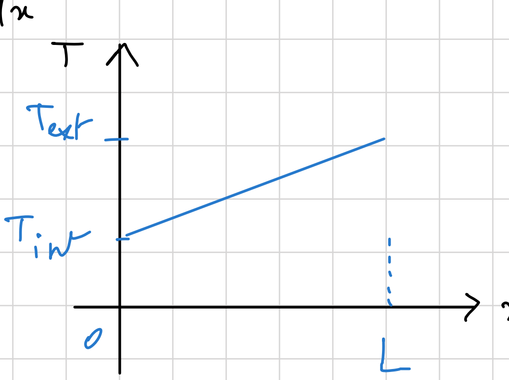
$$0 = j_{th}(x)\, S\, dt - j_{th}(x+dx)\, S\, dt$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dj_{th}}{dx} = 0$$

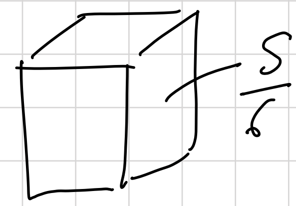
Loi de Fourier : $\vec{j}_{th} = -\lambda\, \overrightarrow{grad}\, T$

soit $j_{th} = -\lambda \dfrac{dT}{dx}$ dans le cas étudié

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad \text{soit} \quad T(x) = ax + b$$



Q39) La résistance thermique associée à la paroi entourant l'enceinte est $R_{Th} = \dfrac{D}{\lambda S}$ avec S surface délimitant l'enceinte.



$\dfrac{S}{6}$ pour une enceinte cubique

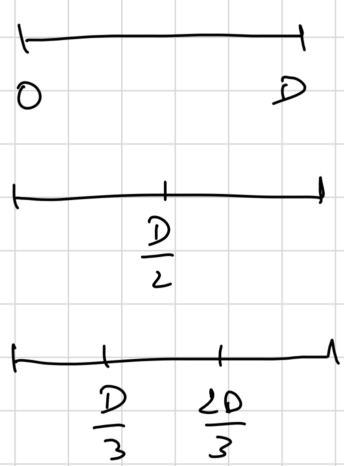
$T_i \quad R_{Th} \quad T_e$

$p = 20\,\%\, P$ $\Rightarrow$ $T_e - T_i = R_{Th}\, p$

soit $D = \dfrac{\lambda S (T_e - T_i)}{p}$

En prenant $S = 1\,m^2$ on obtient $D = \dfrac{0{,}03 \times 40}{0{,}2 \times 250} = 2{,}4 \cdot 10^{-2}\,m$ soit $2{,}4\,cm$.

Q40)



$\Delta x = \dfrac{D}{N-1}$

Q41)

$$T(x+\Delta x) \simeq T(x) + \Delta x \frac{dT}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2}\frac{d^2T}{dx^2}$$

$$T(x-\Delta x) \simeq T(x) - \Delta x \frac{dT}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2}\frac{d^2T}{dx^2}$$

Q42) $\Rightarrow$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{1}{(\Delta x)^2}\Big(T(x+\Delta x) + T(x-\Delta x) - 2\,T(x)\Big)$$

Q43) L'équation de Laplace $\dfrac{d^2T}{dx^2} = 0$ permet d'écrire

$T(x+\Delta x) + T(x-\Delta x) = 2\,T(x)$ soit $T_i = \dfrac{T_{i+1} + T_{i-1}}{2}$