Révisions Oral - Électromagnétisme

Questions de cours :

1 - Démonstration détaillée de l'expression du champ électrique créé par une boule uniformément chargée en volume. Penser aux invariances et symétries. Théorème de Gauss.

2 - Démonstration détaillée de l'expression du champ magnétique créé par un cylindre parcouru par un courant $\vec{j}$ uniforme. Invariances, symétries, théorème d'Ampère

3 - Champ électrostatique créé par un condensateur plan (démonstration). | plan infini, théorème de superposition

4 - Champ magnétostatique créé par un solénoïde infini. On admet que $\vec{B}$ est nul à l'extérieur (lignes de champ = courbes fermées)

5 - Déterminer le potentiel électrostatique puis le champ électrostatique créés par un dipôle en un point éloigné. $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ pour une charge ponctuelle, $PM^2 = (\vec{PO}+\vec{OM})\cdot(\vec{PO}+\vec{OM})$

6 - Induction électromagnétique : présentation sur l'exemple des rails de Laplace. | Analyse qualitative (loi de Lenz), Équation électrique, équation mécanique, bilan de puissance

7 - Présentation de l'auto-induction et de l'inductance mutuelle entre circuits sur un exemple.
Le champ $\vec{B}(t)$ est créé par le circuit
↳ solénoïde ∞ → auto induction
↳ 2 circuits inductance mutuelle

Oraux MPI

[1] (Niveau 3) :
Pourquoi les paratonnerres utilisent-ils des pics pointus ?

idée : plan = rayon de courbure ∞
↳ analyser l'influence du rayon R d'une sphère sur la valeur du champ en fixant le potentiel

[2] (Niveau 3) :
On dispose d'un cylindre de conductivité γ et de hauteur h en rotation autour de l'axe (Oz) passant par le centre du cylindre. Le cylindre tourne à la vitesse angulaire ω constante. Ce cylindre est plongé dans un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B} = B\vec{e}_z$. On admet que le courant volumique au sein du cylindre est de la forme :

$$\vec{j} = \gamma(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

1 - Déterminer $\rho(t)$ dans le cylindre sachant que $\rho(0) = 0$. → utiliser l'équation de conservation de la charge ⚠ $\mathrm{div}(\vec{v} \wedge \vec{B})$ avec formulaire
2 - Déterminer $\vec{E}$ dans le cylindre. $\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ ⇒ on a $\vec{j} = \vec{0}$ en R.P.
3 - Déterminer la puissance totale reçue par le cylindre. $\mathcal{P} = \iiint \vec{j}\cdot\vec{E}\,d\tau$

[3] (Niveau 2) :
On fait l'étude d'un haut-parleur électrodynamique qui vérifie le système d'équations suivant :

On peut vérifier $\mathcal{P}_{Laplace} + \mathcal{P}_{fem} = 0$

$$m\ddot{x}(t) = \overbrace{-B\ell i(t)}^{\text{force de Laplace}} - kx(t) - \lambda\dot{x}(t)$$ | PFD appliqué à la membrane du haut-parleur

$$u(t) = \underbrace{-B\ell\dot{x}(t)}_{-e} + Ri(t) + L\frac{d\,i}{d\,t}$$ | équation électrique

1 - Expliciter chacun des termes et l'origine de ces deux équations.
2 - On se place dans le cas où $i(t) \neq 0$ et on impose $u(t) = U_m\cos(\omega t)$. Déterminer $x(t)$. Comment déterminer expérimentalement les valeurs de m, k et λ ?

↳ On passe en complexe : $x(t) = \Re(\underline{x}(t))$ avec $\underline{x} = X_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \underline{X}_m e^{j\omega t}$

$(k - m\omega^2 + j\lambda\omega)\,\underline{X}_m = -B\ell\,\underline{I}_m$

$U_m = -B\ell j\omega\,\underline{X}_m + (R + jL\omega)\,\underline{I}_m$

Expérimentalement, on remplace l'alimentation du haut-parleur par un oscilloscope
↳ $i = 0$ (impédance → ∞), u proportionnel à x, x oscillateur amorti
↳ On remonte à $\frac{k}{m}$ et $\frac{\lambda}{m}$ en étudiant $u(t)$ lorsqu'on soumet la membrane à une impulsion mécanique.

Des exercices pour s'entrainer

[1] :
On se place dans le plan cartésien $(Oxyz)$.
1- On considère la configuration suivante : deux plans infinis d'équations $x = -a/2$ et $x = a/2$. L'espace entre ces deux plans est rempli de particules chargées avec une densité volumique de charge $\rho_o > 0$. Le reste de l'espace est vide de charge. Faire l'étude des symétries et des invariances. Que vaut le champ $\vec{E}$ pour $x = 0$? → on obtient $E(0) = 0$ (O appartient à 3 plans de symétrie)
2- Déterminer le champ $\vec{E}$ en tout point. Représenter $E_x(x)$. $\text{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ efficace ici
3- On considère désormais la distribution de charge suivante : pour $-a < x < 0$, $\rho(x) = -\rho_o$; pour $0 < x < a$, $\rho(x) = \rho_o$. Il n'y a pas de charges dans les zones $|x| > a$. À l'aide de la question précédente, déterminer le champ électrostatique en tout point. Représenter $E_x(x)$. ↳ superposition.
4- On considère un électron se déplaçant avec une vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$, arrivant sur la distribution de charges précédentes. Étudier le mouvement de l'électron en différenciant le cas où il arrive de $-\infty$ ou de $+\infty$.
5- Que représente le système étudié ? |N|P| = diode

[2] :
On se propose d'étudier le modèle suivant de l'atome d'hydrogène :
- Une charge ponctuelle $+e$ en un point O considéré comme l'origine.
- Une distribution volumique (a constante positive) :

Volume $= 4\pi r^2 dr$
$= \frac{4}{3}\pi(r+dr)^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\rho(r) = -\frac{e}{\pi a^3}\exp\left(-2\frac{r}{a}\right)$$

1- Déterminer l'expression de la charge dq entre deux couches sphériques de rayons r et $r + dr$ et la mettre sous la forme $dq = Q(r)dr$. Déterminer le rayon r_m tel que $|Q(r)|$ est maximale et tracer $\underbrace{Q(r)}_{4\pi r^2 \rho(r)}$ en fonction de r.
3- Calculer la charge totale du système. On donne :

$$\int_0^{\infty} u^2 \exp\left(-2\frac{u}{a}\right) du = \frac{a^3}{4}$$

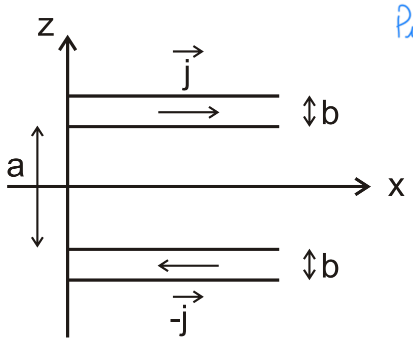
4- Déterminer le champ électrostatique pour $r > 0$.
Donnée (si nécessaire) :

$\text{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ (charge intérieure difficile à calculer)

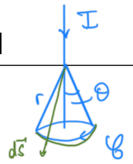
$$\text{div}\left(E_r(r)\vec{u}_r\right) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 E_r\right)$$

[3] :
On considère deux plaques conductrices parallèles parcourues par des courants volumiques opposés. On suppose le champ magnétique extérieur nul.
1- Déterminer le champ magnétique dans tout l'espace.
2- Que se passe-t-il lorsque b tend vers 0 ?

Une seule plaque
↳ invariances, symétries
$\vec{\text{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j} \Rightarrow \vec{B}$
Puis théorème de superposition



$I = j(r)\, 2\pi r^2 \int_0^{\theta_{max}} \cos\theta \sin\theta \, d\theta$ en sphériques



div $\vec{j} = 0$ (régime permanent) ⇒ on calcule $I_{enlacé}$ en prenant une calotte sphérique s'appuyant sur $\mathcal{C}$

[4] :
On modélise la foudre par un fil parcouru par un courant permanent d'intensité I. La foudre frappe un cône d'angle α par sa pointe O. Dans le cône, les charges se répartissent de manière radiale et isotrope. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ en tout point de l'espace.
Variante : considérer que le courant se répartit de façon isotrope dans le demi-espace correspondant au sol.
↳ $j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$

[5] :
Un fil infini situé sur l'axe (Oz) est parcouru par un courant d'intensité $i(t) = I_e\sqrt{2}\cos(\omega t)$. Une spire rectangulaire, de résistance R, de côtés a et b se situe à une distance d du fil.
1- Déterminer le champ $\vec{B}$ créé par le fil en un point M de l'espace.
2- Donner l'expression du flux du champ magnétique créé par le fil à travers la spire. En déduire le coefficient d'inductance mutuelle M. $\phi = \int_d^{d+a}\int_0^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,dr\,dz$ ⟶ $e = -\frac{d\phi}{dt}$ et $e = R i_s$
3- Établir l'expression du courant i_s dans la spire. Déterminer le rapport des valeurs efficaces de i et i_s.
4- Faire un bilan des actions mécaniques qui s'exercent entre le fil et la spire. $d\vec{F} = i\, d\vec{l} \wedge \vec{B}$

[6] :
Une spire circulaire de masse m, de résistance R, d'inductance propre négligeable, de rayon a et de centre O est suspendue par un fil situé entre deux points de l'axe vertical (Oz). Ainsi, la spire peut se mouvoir en toute liberté (le fil est supposé sans torsion). Le vecteur surface de la spire $\vec{S}$ forme un angle θ avec l'axe horizontal (Ox). La spire est plongée dans un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B\vec{u}_x$. À l'instant $t = 0$, la spire est lâchée d'un angle θ_o avec une vitesse angulaire initiale $\dot{\theta}_o$.
1- Déterminer $i(t)$, l'intensité parcourant la spire pour $t \geq 0$.
2- Quel est le couple s'appliquant à la spire ? En quoi ce moment était-il prévisible ?
3- La spire a un moment d'inertie

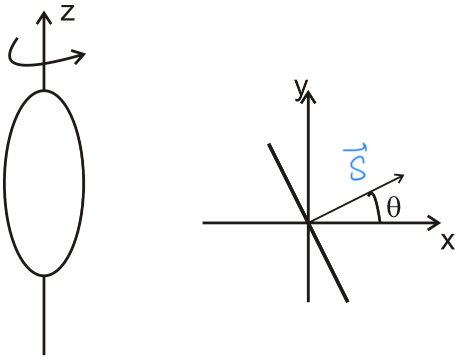
$$J = \frac{1}{2}ma^2$$

↳ $L_z = J\dot{\theta}$ moment cinétique par rapport à (Oz)

Établir l'équation du mouvement vérifiée par $\theta(t)$.

1) $\phi = \iint \vec{B}\cdot d\vec{S} = B\cos\theta\, \pi a^2$

$e = -\frac{d\phi}{dt}$, $e = Ri$
⇒ $B\dot{\theta}\sin\theta\, \pi a^2 = Ri$ équation électrique

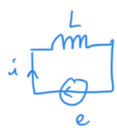


2) Couple subi par le dipôle de moment $\vec{\mathcal{M}} = i\vec{S}$:
$\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$
$= -i\pi a^2 B \sin\theta\, \vec{u}_z$
$= -\frac{B^2\pi^2 a^4 \sin^2\theta}{R}\dot{\theta}\,\vec{u}_z$
$\vec{\Gamma}$ opposé à $\dot{\theta}\,\vec{u}_z$ (loi de Lenz)

[7] :
Une spire carrée de côté ℓ, de masse m, supraconductrice d'inductance propre L, entre à $t = 0$, sans vitesse initiale, dans la zone $z > 0$ dans laquelle règne un champ magnétique $\vec{B} = B_o\vec{u}_y$ constant. L'axe (Oz) désigne la verticale descendante.
1- Déterminer $\dot{z}(t)$. PFD, force de Laplace
2- À quelle(s) condition(s) peut-on observer des oscillations du cadre ? ⇒ on notera d la largeur de la zone où règne le champ $\vec{B}$

[8] :
Soit un solénoïde de longueur L avec N spires de rayon a autour duquel on place une spire de rayon $R > a$ et d'inductance propre L_o. Dans le solénoïde, on a le champ $\vec{B} = B(t)\vec{e}_z$ tel que :
— $B(t) = 0$ pour $t < 0$;
— $B(t) = B_o\frac{t}{\tau}$ pour $t \in [0, \tau]$;
— $B(t) = B_o$ pour $t > \tau$.
1- Déterminer le courant $i(t)$ dans la spire.
2 - Que se passe-t-il pour $t > \tau$?

$\phi = B\pi a^2$ et $e = -\frac{d\phi}{dt}$
$e = L\frac{di}{dt}$ équation électrique



↳ il n'y a pas de résistance dans le circuit (supraconducteur) ⇒ pour $t > \tau$, $e = 0$ car $\phi =$ constante ⇒ $\frac{di}{dt} = 0$
⇒ i constant