Révisions Oral - Thermodynamique

Questions de cours :

1 - Donner le diagramme d'état (P, T) de l'eau, indiquer sa particularité. Qu'est-ce que le point critique ?
2 - Énoncer la loi de Fourier en donnant les unités des différents termes intervenant. Citer une loi analogue dans un autre domaine de la physique.
3 - Définir la notion de résistance thermique. Établir l'expression de la résistance thermique d'un cylindre de section S et de longueur L.

Oraux MPI - 2023

[1] - (Niveau 2) :
Une poutre de section S de longueur L est en feu, on distingue trois zones : la zone 1 dans laquelle le bois est brûlé a une température constante égale à 720 °C, la zone 2 est en combustion et la zone 3 est intacte : la température loin de la zone en combustion est de 320 °C. Compte-tenu de la géométrie du problème, on chercher $T(x, t)$. **1 -** Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la température dans la zone de combustion s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k$$

Zone 2 : 1er principe entre t et $t+dt$
$S\rho c\, dx\left(T(t+dt) - T(t)\right) = \left(j(x)S - j(x+dx)S\right)dt + p_c S\, dx\, dt$

$\Rightarrow \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + p_c \Rightarrow k = \frac{p_c}{\rho c}$

Exprimer D et k en fonction de :
- p_c la puissance volumique libérée par la combustion ;
- c la capacité thermique massique du bois ;
- μ la masse volumique du bois ;
- λ la conductivité thermique du bois.

2 - Déterminer de la même façon l'équation différentielle vérifiée par $T(x, t)$ dans la zone 3. → idem sans k
3 - On cherche la solution sous la forme :

$$T(x, t) = \theta(u) \text{ avec } u = x - c.t$$

Quel est le sens physique de c ? vitesse de propagation

$\frac{\partial T}{\partial x} = \theta'(u)$ $\quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \theta''(u)$ $\quad \frac{\partial T}{\partial t} = -c\theta'(u)$

4 - Établir l'équation différentielle vérifiée par θ.
5 - Résoudre l'équation et mettre les solutions sous la forme :

$\Rightarrow \underbrace{-c\theta' = D\theta'' + k}$

$\theta' = A\exp\left(-\frac{c}{D}u\right) - \frac{k}{c}$

par intégration

- Zone 1 :
$$\theta(u) = a_1$$
- Zone 2 :
$$\theta(u) = a_2 + b_2 \exp\left(-\frac{c}{D}u\right) - \frac{k}{c}u$$
- Zone 3 :
$$\theta(u) = a_3 + b_3 \exp\left(-\frac{c}{D}u\right)$$

6 - Déterminer les valeurs de a_1 et a_3 et tracer l'allure de $\theta(u)$. Comment pourrait-on obtenir les valeurs des autres constantes d'intégration (calcul non demandé) ?

[2] - (Niveau 1) :
Quelqu'un se frotte les mains pour les réchauffer, estimer la variation de température observée au bout d'une minute. On donne :
- La surface d'une main : $S = 50\text{cm}^2$;
- La pression exercée par une main sur l'autre $F = 100\text{N}$.
- La capacité thermique massique d'une main est assimilée à la capacité thermique massique de l'eau.
- Le coefficient de frottement d'une main sur l'autre est pris égal à 0,6.
- La vitesse d'une main par rapport à l'autre est prise égale à 30cm.s^{-1}.

$\vec{F} = \vec{N} + \vec{T}$ avec $T = fN$
$\mathcal{P} = Tv$

$\rho c\, S\, \underbrace{dx}_{\text{épaisseur réchauffée}}\, \Delta T = T.v.\Delta t$

Des exercices pour s'entrainer

[1] :

Soit un mammifère, assimilé à une sphère de rayon R, qui dégage une puissance thermique volumique φ_o dans un fluide (eau ou air) de conductivité thermique λ. Loin du mammifère, la température vaut T_o. On se place en régime permanent et unidimensionnel : $\vec{j} = j(r)\vec{u}_r$.

1 - Rappeler la loi de Fourier, justifier le signe et donner la dimension des différentes grandeurs intervenant.

2 - Justifier que pour $r > R$: $4\pi r^2 j(r) = A$, où A est une constante à déterminer.

↳ $\vec{j}$ à flux conservatif en régime permanent

$\operatorname{div} \vec{j} = 0$ (sphérique)

flux de $\vec{j}$ à travers une sphère indépendant de r

3 - En déduire l'expression de $T(r)$ pour $r > R$.

[2] :
On considère un barreau solide de masse volumique μ, de capacité thermique massique c, de conductivité thermique λ, de forme cylindrique de section s et de longueur ℓ, en contact parfait avec deux thermostats (de températures T_1 et T_2) sur les faces planes. La face courbe du barreau est calorifugée. À l'instant $t = 0$, on sépare les thermostats du barreau. On néglige les transferts thermiques entre le barreau et l'extérieur par les faces planes pour $t > 0$.

→ Pour $t<0$ régime permanent $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$ $T(0,x) = \frac{T_2 - T_1}{\ell} x + T_1$

1 - Quelle est la loi de température pour le barreau à $t = 0$?

2 - Quelle est sa température finale ? $\Delta U = 0$ (système calorifugé) $\Rightarrow \int_0^\ell c S (T_f - T(0,x))\, dx = 0 \Rightarrow T_f = \dots$

3 - Déterminer la variation d'entropie du barreau au cours de l'expérience.

On donne[1] l'expression de l'entropie d'une phase condensée idéale de capacité thermique C :

$\Delta S = \int_0^\ell \rho c \ln\left(\frac{T(x)}{T_f}\right) S dx \dots$

$$S = C\ln(T) + S_o$$

[3] :
On considère un cylindre d'axe (Oz), de rayon r et de longueur ℓ en contact avec 2 thermostats de températures T_m à ses extrémités. Le cylindre est en contact avec l'air de température T_a. Sa conductivité thermique est notée λ. Le coefficient de Newton est noté h. On est en régime permanent. **1 -** Déterminer la température $T(z)$ à l'intérieur du cylindre.

2 - Donner l'expression du transfert thermique échangé avec l'air.

x $x+dx$

1er principe :

$0 = \pi r^2 (j(x) - j(x+dx)) - 2\pi r dx\, h\, (T(x) - T_a)$

$\Rightarrow 0 = \pi r^2 \lambda \frac{d^2T}{dx^2} - 2\pi r h (T(x) - T_a)$

[4] :

Φ T_{fusion} R_{th} T_o

$\Phi dt = dm\, h_{fusion}$

$T_{fusion} - T_o = R_{th} \Phi$

Une poêle et une plaque de bois sur lesquelles on a posé un glaçon à la température de 0 °C sont posées sur une table à la température T_o. On remarque qu'au bout de 5 minutes, le glaçon sur la poêle a pratiquement fondu alors que le glaçon sur la plaque de bois n'a presque pas fondu.

1 - Rappeler la définition d'une résistance thermique. Donner son expression dans le cas d'une plaque d'épaisseur e, de surface S et de conductivité thermique λ.

2 - Préciser les approximations nécessaires pour appliquer le concept de résistance thermique à la situation considérée. Déterminer le temps de fonte du glaçon. Que peut-on dire du rapport $\lambda_{bois}/\lambda_{poele}$?

[5] :

Hypothèse abusive : glaçon totalement immergé

On place un glaçon sphérique à la température $\theta_f = 0^o$C dans un verre d'eau. On suppose que la température de l'eau loin du glaçon est constante et vaut $\theta_o = 10^o$C et que le glaçon reste sphérique en fondant. On note $R(t)$ son rayon. On donne la conductivité thermique de l'eau $\lambda = 0,6$W.K^{-1}.m^{-1}, l'enthalpie massique de fusion de la glace $h_{fus} = 3.10^2$kJ.kg^{-1}, la masse volumique du glaçon $\rho = 1.10^3$kg.m^{-3}.

1 - Déterminer la température $T(r)$ de l'eau en régime quasi-permanent.

2 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le rayon $R(t)$.

3 - Calculer le temps de fonte du glaçon. Commenter.

On trouve $2,5.10^3$ s pour un glaçon de rayon 1cm dans de l'eau à 10°C

1) $j_{th}(r) . 4\pi r^2 = \Phi$ indep. de r → $T(r) = \frac{T_f - T_o}{r} R + T_o$

2) $\Phi dt = dm\, h_{fus}$

$dm = 4\pi R^2 dR \rho$ avec R rayon du glaçon

↳ $R dR = \frac{\lambda}{\rho h_{fus}} (T_{fusion} - T_o) dt$

1. Indication : primitive de $\ln(x)$: $x\ln(x) - x$.

[6] :

transformation adiabatique

Un gaz parfait diatomique est contenu dans un cylindre fermé par un piston sans masse, le piston et le cylindre étant parfaitement calorifugés. Un opérateur comprime très lentement le gaz en appuyant sur le piston jusqu'à ce que le volume soit égal à 70 % du volume initial. On donne : ↪ = de façon réversible

$$P_o = 1\text{bar},\ T_o = 300\text{K},\ V_o = 10\text{L}$$

1 - Donner la température finale et le travail exercé par l'opérateur. → $PV^\gamma = cte \Rightarrow T_f = 346\,K$

2 - En réalité, la température finale est plus faible. Pour améliorer le modèle, on considère désormais que le cylindre n'est plus calorifugé que sur sa partie externe, de telle sorte qu'il y a des échanges thermiques entre le cylindre et le gaz. On note C la capacité thermique du cylindre. On obtient $T_f = 318$K, en déduire la valeur de C. Commenter.

L'ensemble {gaz + cylindre} subit une transformation isentropique

$\Rightarrow \Delta S_{gaz} + \Delta S_{cylindre} = 0$

On rappelle l'identité thermodynamique :

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{PdV}{T}$$

$\Rightarrow$ On trouve $C = 12\,J.K^{-1}$

$\frac{C}{c_{eau}} = \frac{12}{4{,}10^3} = 3.10^{-3}\,kg$

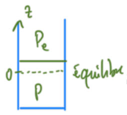
$\Rightarrow$ masse en eau de 3g pour le cylindre

soit $dS = C\frac{dT}{T}$ pour le cylindre.

On donne également la capacité thermique massique de l'eau :

$$c_{eau} = 4,2\text{J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

[7] :



Un récipient fermé par un piston M de masse m, mobile sans frottement dans le col cylindrique vertical de section S contient n moles d'un gaz parfait dont on cherche à déterminer l'exposant adiabatique γ.

À l'extérieur, l'air est à la pression P_o constante et à l'équilibre, le volume intérieur du récipient est V_o. Lorsque le piston est déplacé de sa position d'équilibre, on note $P = P_e + dP$ la pression dans le récipient avec $dP \ll P_e$. Toutes les transformations sont considérées comme adiabatiques et réversibles.

1 - Déterminer l'équation du mouvement du piston. $PV^\gamma = cte \Rightarrow \ln P + \gamma \ln V = cte \Rightarrow \frac{dP}{P} + \gamma\frac{dV}{V} = 0$

2 - En déduire une méthode pour déterminer γ.

PFD : $m\ddot{z} = -P_e S + PS$

$\Rightarrow m\ddot{z} = dP\,S$

$dP = -\frac{\gamma P_e}{V} S z$ ← déplacement du piston

$m\ddot{z} + \frac{\gamma P_e S^2}{V} z = 0$

↪ oscillations du piston

[8] :

On considère une maison que l'on veut chauffer à la température T_m. L'air à l'extérieur est à la température T_a. On dispose d'une source chaude de température T_c : vaut-il mieux chauffer la maison directement avec cette source chaude ou bien l'utiliser dans une pompe à chaleur ? (on pourra considérer le processus de la pompe réversible) = Question : quelle est l'efficacité (coef. de performance) d'une pompe à chaleur ditherme.

[9] :

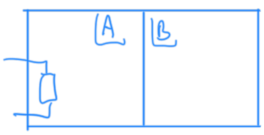
Un récipient calorifugé de longueur L et de section S est séparé en deux compartiments par un piston calorifugé d'épaisseur négligeable mobile sans frottement. Les deux compartiments contiennent chacun n mol d'un gaz parfait monoatomique ($\gamma = 5/3$), dans l'état initial les deux compartiments ont le même volume $V_o = 2,5$L, la même température $T_o = 300$K et la même pression $P_o = 1$bar. Le compartiment A contient une résistance électrique $R = 1\text{k}\Omega$ dans laquelle passe un courant d'intensité i. Le courant est tel que l'évolution de la position du piston est très lente.

1 - Déterminer l'état initial du système **2 -** Déterminer la position du piston lorsque la pression finale dans le compartiment B est égale à $2P_o$. **3 -** Déterminer le transfert thermique fourni par la résistance. Proposer des valeurs de R et i permettant de réaliser l'expérience de façon quasistatique.

1) Il faut calculer n.

2) Compartiment B ⇒ transformation adiabatique réversible : $PV^\gamma = cte$

$\Rightarrow V_2 = 1{,}65\,L$, on en déduit $V_1 = 3{,}35\,L$ ($P_2 = P_1$, $T_2 = 397\,K$, $T_1 = 806\,K$)



3) Le système {A,B} reçoit Q de la part de la résistance chauffante avec W=0

$\Rightarrow \frac{3}{2}nR(T_2 - T_0) + \frac{3}{2}nR(T_1 - T_0) = Q$