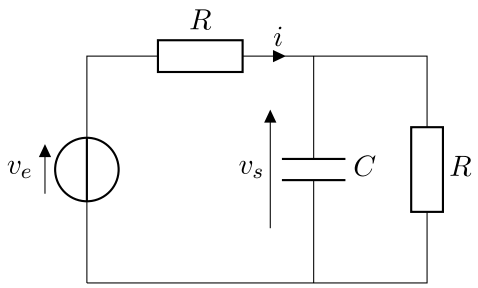
Oraux MPI 2024

CCINP

[1]

On considère le filtre ci-dessous. v_e et v_s sont des tensions sinusoïdales de pulsation ω. On pose $\omega_o = 1/RC$.

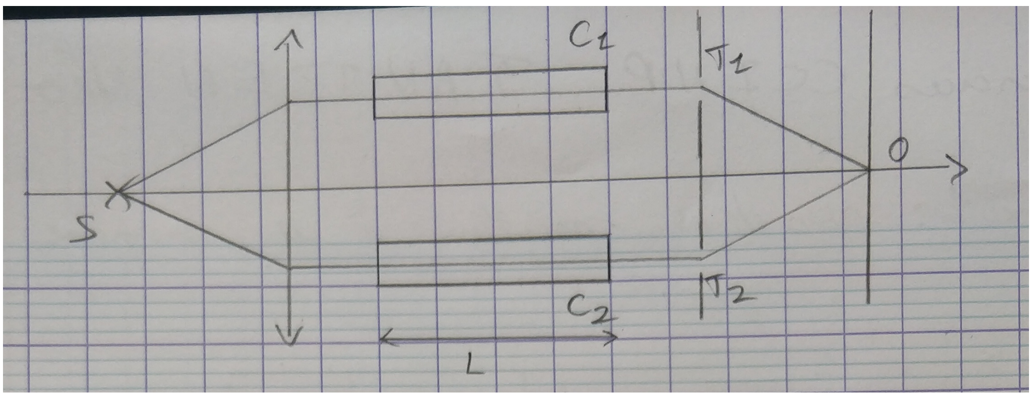


1 - À l'aide d'une étude à basse et haute fréquence, donner la nature du filtre.
2 - Donner alors l'allure générale du diagramme de Bode associé.
3 - Déterminer l'expression de la fonction de transfert

$$\underline{H} = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}$$

4 - Ici, v_e est une tension créneau : pour $t < 0$, $v_e = 0$, pour $t > 0$, $v_e = E$. Établir l'équation différentielle vérifiée par v_s en régime transitoire.
5 - Pour $t < 0$, $v_s = 0$, déterminer l'expression de $v_s(t)$ pour $t > 0$. Donner l'allure de $v_s(t)$.
6 - Ici, v_e est une tension rectangulaire de période $T \ll RC$. Donner l'allure de $v_s(t)$. Le filtre est-il intégrateur ou dérivateur ?

[2]

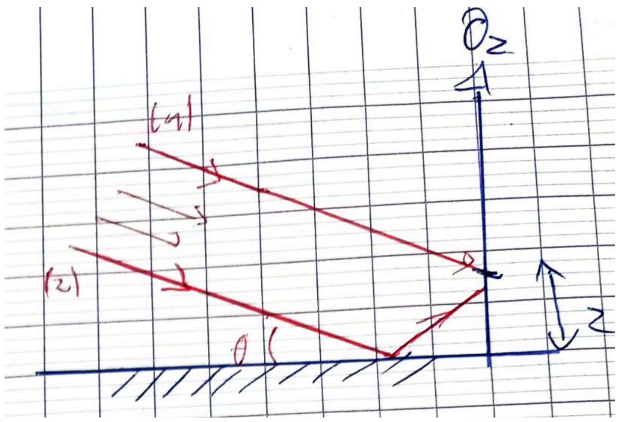


- T_1 et T_2 sont à égale distance de S.
- C_1 et C_2 sont des cuves identiques de longueur $L = 17,5$cm, remplies d'air à P =1 bar, d'indice n à l'instant initial.
- La source S monochromatique de longueur d'onde λ =532,8 nm est placée au foyer d'une lentille convergente.
- On étudie les interférences en un point O au centre d'un écran placé à une distance D des trous.

1 - On fait le vide dans C_1 t on voir défiler 99,5 franges. Calculer l'indice n.
2 - On admet que $n - 1 = \alpha P$ avec α coefficient et P pression de l'air. Avec quelle précision peut-on obtenir une mesure de la pression avec ce dispositif ?
3 - On remplit C_1 avec du monoxyde de carbone CO et on voit défiler 113,5 franges. Calculer l'indice n' du monoxyde de carbone.
4 - On ouvre C_1 et on le laisse se remplir d'air. Qu'observe-t-on ?

[3]

On considère un faisceau lumineux qui se réfléchit sur un miroir. On place un capteur d'intensité sur l'axe (Oz).



1 - Donner la formule de Fresnel.
2 - Établir l'expression de la différence de marche $\delta_{2/1}$.
3 - En déduire $\varphi(z)$. Pourquoi doit-on introduire un déphasage de π supplémentaire ?
4 - Représenter $I(z)$ (on prendra $I_1 = I_2 = I_o$).
5 - En fait, le miroir ne réfléchit par parfaitement et on a $I_2 = R.I_o$ avec $R < 1$. Quelle est alors l'expression du contraste de la figure ?
6 - Peut-on distinguer les franges à l'œil nu ?

[4]

On s'intéresse à un oscillateur harmonique de fréquence ν, de masse m et d'amplitude A.
1 - Donner un exemple.
2 - Donner les expressions de $x(t)$, $v(t)$ et $p(t)$.
3 - Donner l'expression de l'énergie mécanique E_m.
4 - On se place maintenant dans le cadre de la mécanique quantique. Donner les inégalités d'Heisenberg reliant Δx et Δp_x.
5 - En déduire que l'énergie mécanique est supérieure à une valeur E_o. En quoi ce résultat est-il contradictoire au résultat donné par la mécanique classique ?

[5]

1 - On s'intéresse à un satellite qui a une trajectoire circulaire autour de la Terre. Démontrer la loi de Képler et l'expression de l'énergie mécanique du satellite.
2 - Que peut-on dire des résultats précédents pour une trajectoire elliptique de demi-grand axe a ?
3 - Le satellite met $T = 6.10^3$s pour faire le tour de la Terre. Calculer la valeur du demi-grand axe a.
4 - L'altitude du périgée mesure 350km, calculer l'altitude de l'apogée.
5 - Calculer la vitesse du satellite au périgée et à l'apogée.

[6]

1 - On a un dispositif classique avec 3 fentes de Young et deux lentilles de distance focale f'. On note a la distance entre la fente centrale et une des autres fentes. Tracer les rayons lumineux de ce dispositif qui arrivent sur l'écran en un point M.
2 - Justifier que les vibrations lumineuses s'expriment sous la forme : $A\cos(\omega t)$ pour le rayon du milieu et $A\cos(\omega t \pm \varphi)$ pour les autres. Exprimer φ en fonction de λ, f', a et z.
3 - On s'intéresse à l'éclairement $\mathcal{E}(M)$. Montrer que :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_o(1 + 2\cos(\varphi))^2$$

Représenter alors $\mathcal{E}(\varphi)$ en plaçant les abscisses remarquables.
4 - On place une lame d'indice $n = 1,5$ et d'épaisseur e à gauche de la fente du milieu. Déterminer la valeur de e pour que la lame introduise un déphasage de $\pi/2$ sur le trajet du rayon central.
5 - Déterminer alors la nouvelle expression de $\mathcal{E}(\varphi)$.

Mines Ponts - Centrale

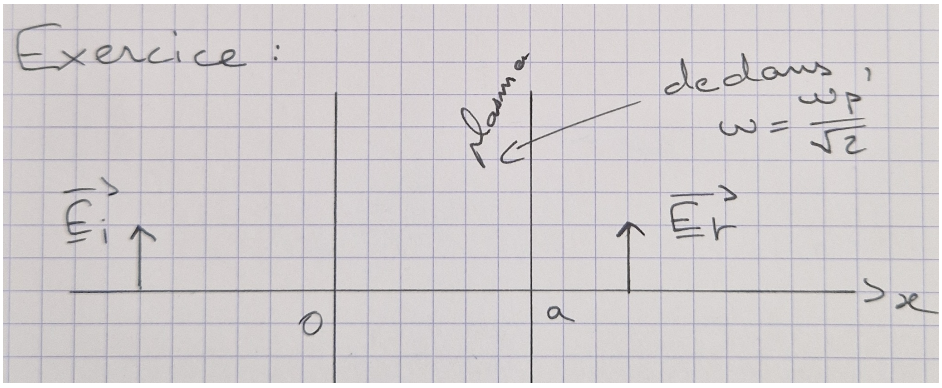
Questions de cours - Mines Ponts

- Les machines thermiques réversibles.
- Lunette astronomique : présentation et grossissement.
- Diagramme de Bode (en amplitude et en phase) d'un filtre d'ordre 2.
- Inductance mutuelle. Calculer l'inductance mutuelle de deux bobines longues parallèles à un même axe.

[1]
On considère deux conducteurs sphériques de rayon a et de charges respectives $q_1(t)$ et $q_2(t)$ reliés par un fil et un résistance R. On note q_{1o} et q_{2o} leurs charges initiales. On néglige les effets électrostatiques d'un conducteur sur l'autre.
1 - Déterminer $q_1(t)$ et $q_2(t)$.
2 - Établir le bilan énergétique et entropique en considérant le système thermostaté.
[2]
On considère une distribution de charges à symétrie sphérique créant le potentiel en M :

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

1 - Déterminer le champ électrique $\vec{E}(M)$ ainsi que le flux φ de $\vec{E}$ à travers une sphère de rayon r.
2 - Interpréter les limites de φ pour $r \to 0$ et $r \to \infty$.
3 - Déterminer l'expression de la densité volumique de charges $\rho(r)$.
4 - Proposer une interprétation physique pour le paramètre a.
[3]

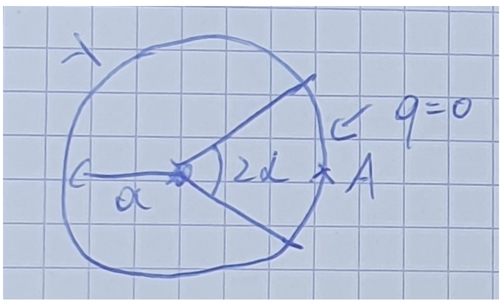


$$\underline{\vec{E}}_i = E_o \mathrm{e}^{i(\omega t - k_o x)} \vec{u}_y$$
$$\underline{\vec{E}}_t = \underline{E}_t \mathrm{e}^{i(\omega t - k_o x)} \vec{u}_y$$

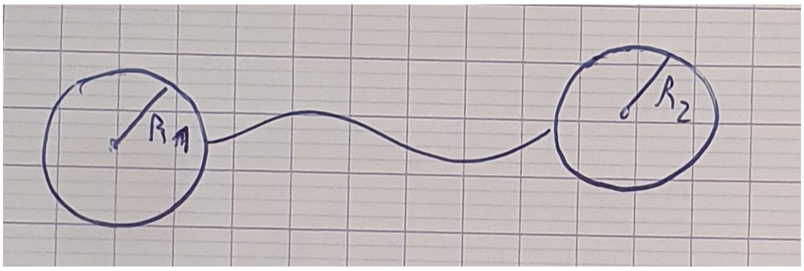
Déterminer $\underline{E}_t$.
[4]

On a un anneau protant la charge linéïque λ, de rayon a, qui n'est pas chargé sur un arc de cercle d'angle 2α.
1 - Calculer le champ électrique au centre du cercle.
2 - Que peut-on dire si $\alpha \ll 1$? Aurait-on pu trouver ce résultat directement ?
3 - Calculer le champ électrique au point A.
Indication :

$$\int \frac{d\theta}{\sin(\theta)} = \ln(|\tan(\theta/2)|)$$



[5]
Soient deux boules chargées conductrices, de rayons R_1 et R_2, reliées par un fil conducteur.
L'ensemble est porté à un potentiel V_o, le système est à l'équilibre.
1 - Montrer que la charge électrique des boules est répartie sur leurs surfaces. Trouver une relation entre les charges surfaciques des deux boules.
2 - Soit a une distance petite devant R_1 et R_2 ($a \ll R_1$ et $a \ll R_2$). Le champ électrique est-il plus intense si on se place à une distance a de la boule 1 ou de la boule 2 ?



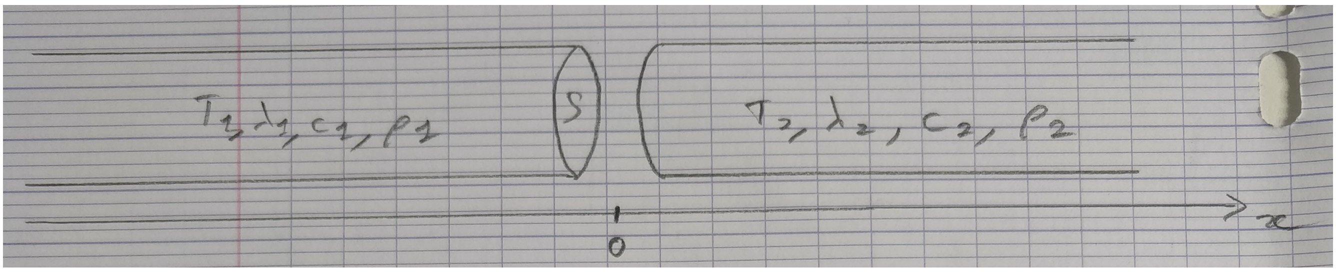
[6]
On considère deux tubes de section S, de longueur très grande. Les parois des tubes sont calorifugées. Pour $t < 0$, les tubes sont séparés. Pour $t > 0$, ils sont mis en contact au point $x = 0$. On note T_c la température de ce point.
1 - Donner l'équation de la chaleur applicable à chaque tube.
2 - Quelles conditions a-t-on sur l'étude ?
3 - Étudier les variations de température pour $t > 0$.
Aide mathématique :

$$f(x, y) = A + B\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4y}}\right)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f}{\partial y}$$

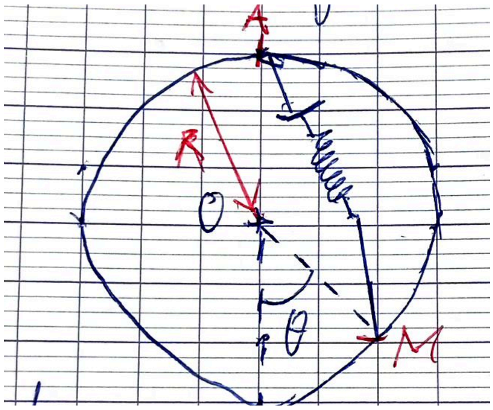
$$\mathrm{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_o^z e^{-t^2} dt$$

lim $f(z) = \pm 1$ lorsque z tend vers $\pm\infty$.



[7]
On a un champ électrique $\vec{E} = -E_o \vec{u}_x$. On ajoute dans ce champ une charge ponctuelle P supposée fixe.
1 - Représenter les lignes de champ et les équipotentielles correspondant à cette distribution.
2 - Déterminer la longueur caractéristique a de ce champ.
3 - Donner le potentiel électrostatique : $\tilde{V} = \frac{V}{E_o.a}$ en fonction de $\tilde{r} = r/a$. Déterminer ce potentiel pour $\theta = 0$, $\pi/2$, π.

[8]
On considère le système suivant dans lequel M est un point matériel de masse m pouvant se déplacer sans frottement sur un cerceau de rayon R. Il est fixé au point A par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide $\ell_o = R$.
Le cerceau tourne sur lui-même autour de l'axe (OA) vertical avec une vitesse angulaire ω constante par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen.
Étudier les positions d'équilibre du point M.



[9]
On considère une lentille hémisphérique, on note n l'indice du verre constituant la lentille, l'indice de l'air sera pris égal à 1.
1 - Exprimer la distance CF' en fonction de a.
2 - Quelles sont les conditions de Gauss. Dans quel cas les vérifie-t-on ici ? Déterminer $CF'(a)$ dans ces conditions ce qui définit le point F'.
3 - Que se passe-t-il si le rayon incident est polychromatique ?
4 - On a un point polychromatique à l'infini. Quelle est l'image sur un écran positionné en F' ? avant F' ? après F' ?