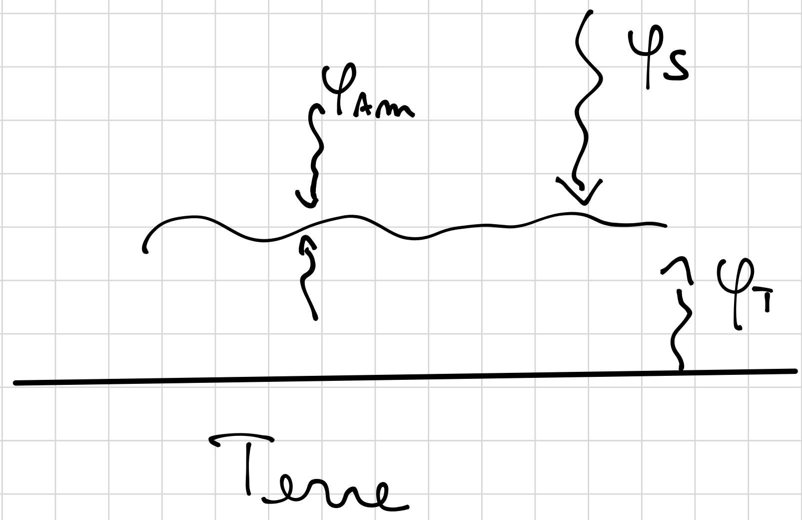
Question de cours.

Effet de serre :



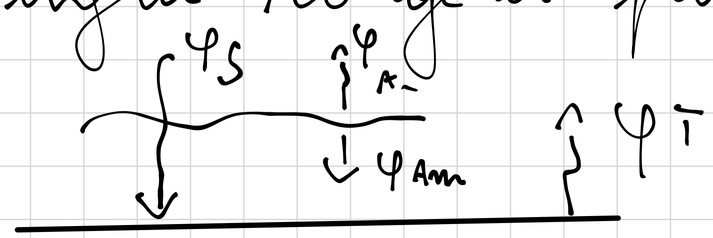
On se place à l'équilibre radiatif.
On modélise l'atmosphère et la terre par des corps noirs.

Corps noir : $\varphi = \sigma T^4$. (Loi de Stéfan)

$\lambda_{max} T = 3.10^3 \mu m.K$ (Loi de Wien)
(Se retrouve avec $T_{soleil} \simeq 6000 K$ en surface et $\lambda_{max} = 500 nm$ (Visible))

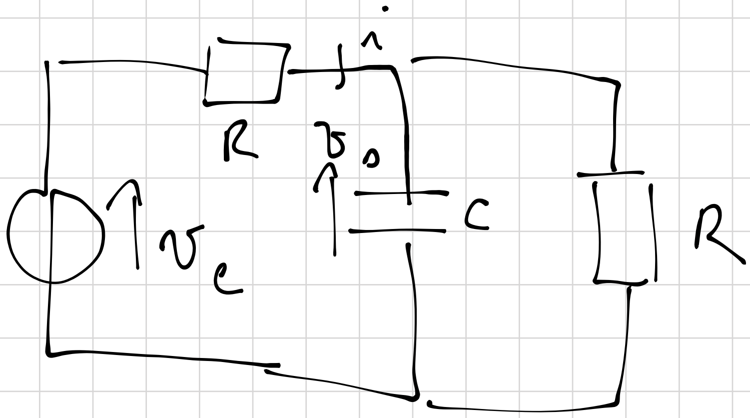
Donc la terre émet dans l'infra rouge.

Donc comme l'atmosphère absorbe dans l'infra rouge et pas dans le visible, on a



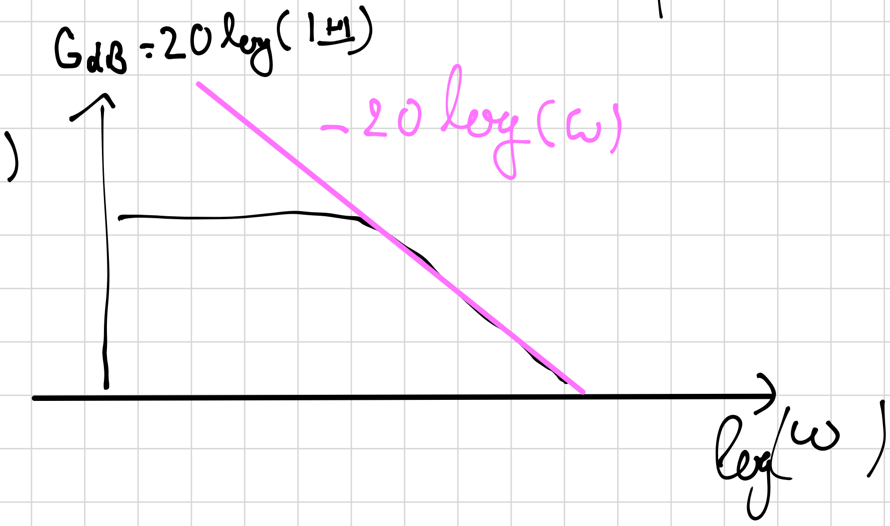
On trouve T_{Terre} avec les deux équilibres radiatif

Exercice 1



1) C'est un passe bas
(Faire schémas équivalents)

2)



3) $\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_R}$ Donc $V_{eq} = v_e \frac{Z_{eq}}{R + Z_{eq}}$

$$\underline{H} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{RC}{2} j\omega} \qquad H_0 = \frac{1}{2}.$$

4) $v_e = u_R + u_C$

Donc $E = Ri + u_C$

$= Ri_1 + Ri_2 + u_C$

$= Ri_1 + 2u_C$

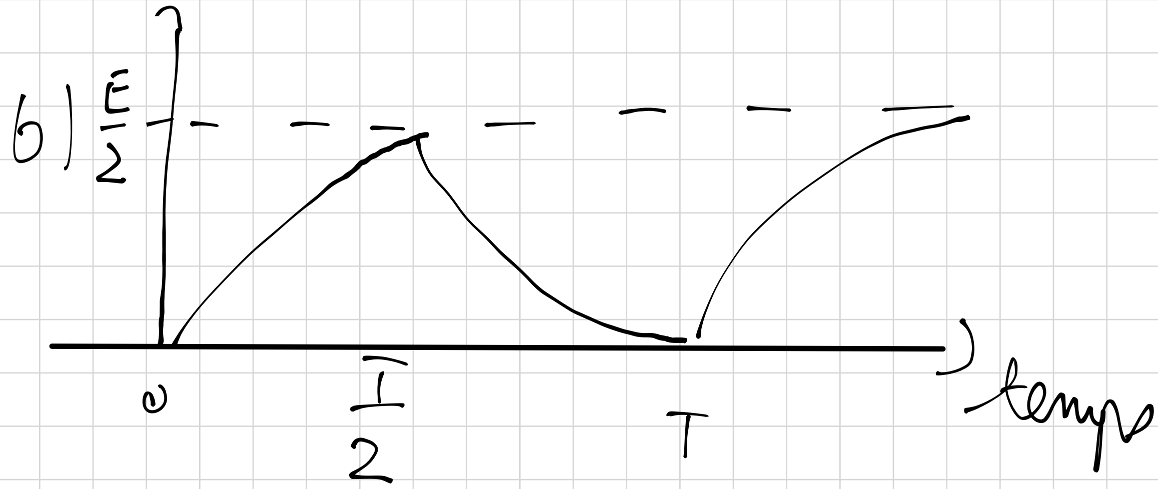
$E = RC \frac{du_C}{dt} + 2u_C$

Donc $\frac{dU_C}{dt} + \frac{2}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$

$u_C(0) = 0 \Rightarrow K = -\frac{E}{2}$

Donc $u_c(t) = \frac{E}{2}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.

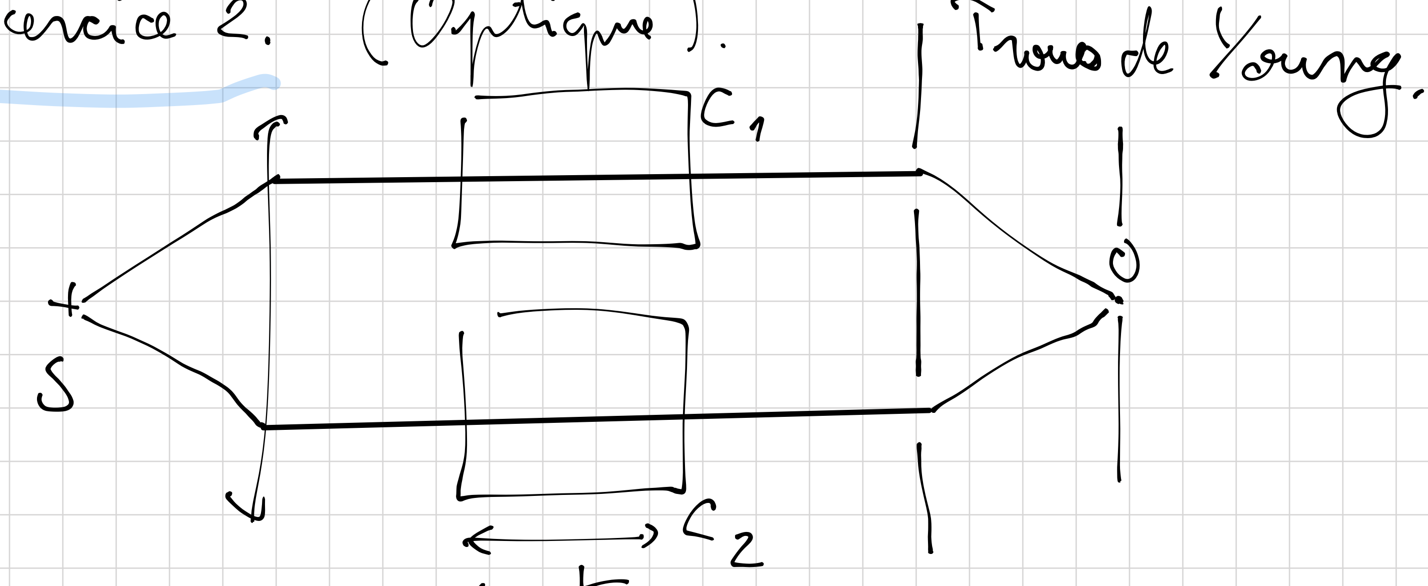
b)



Passe bas : intégrateur.

Exercice 2. (Optique).

1)



n : indice de l'air.

$\delta = L(n_1 - n_2)$ Avec le vide dans C_1 :

$\delta = L(n-1)$. donc $\begin{cases} p_f = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{(n-1)L}{\lambda} \\ p_i = 0 \end{cases}$

On a donc $n = \frac{N\lambda}{L} + 1$ avec $N = 99.5$.

AN : $n = 1{,}000303$.

2) $n-1 \simeq \alpha P$ On trouve α : $\alpha = \dfrac{n-1}{P}$

$$\simeq \frac{3{,}03.10^{-4}}{1\ \text{bar}}$$

Donc Δ

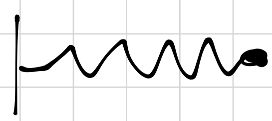
3) Même chose que en 1.

Question de cours : énergie potentielle

Définition : opposé du travail d'une force : $W_{AB}(\vec{F}) = -\Delta E_p$ (en joule)

Exemple : Poids : $\vec{P} = m\vec{g}$: $\delta W(\vec{P}) = \vec{P} \cdot d\vec{OM} = mg\,dz$

$\downarrow \vec{u_z}$ $\downarrow \vec{P}$ Donc $\boxed{E_{pp} = -mgz + C}$ → valeur initiale

Exemple : Ressort :  $\vec{F_{el}} = -k(l - l_0)\vec{u_x}$

$$\boxed{E_{p,el} = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2}$$

On peut également écrire :

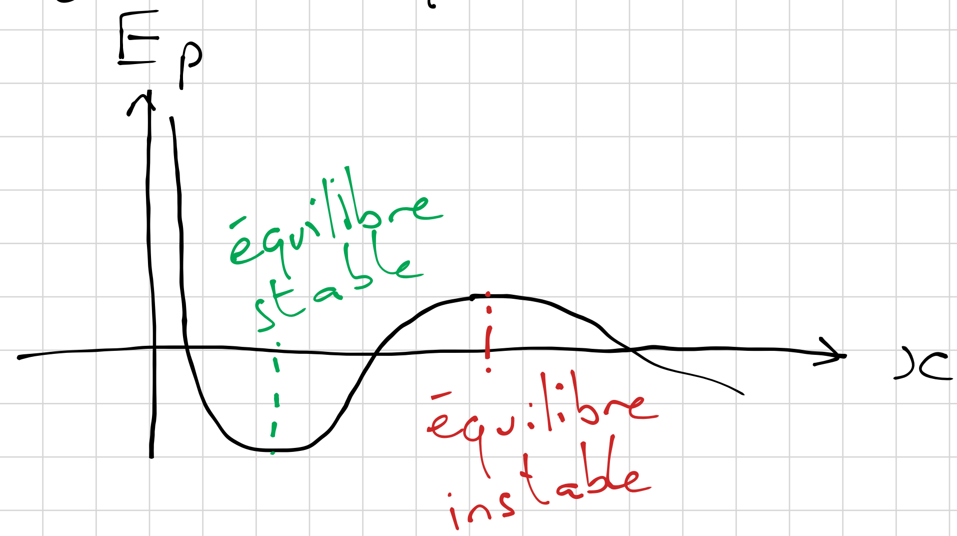
pour une force $\vec{F}$, on a $\vec{F} = -\vec{grad}(E_p)$

Forces centrales : $\vec{F} = K \times \dfrac{1}{r^2}\vec{u_r}$

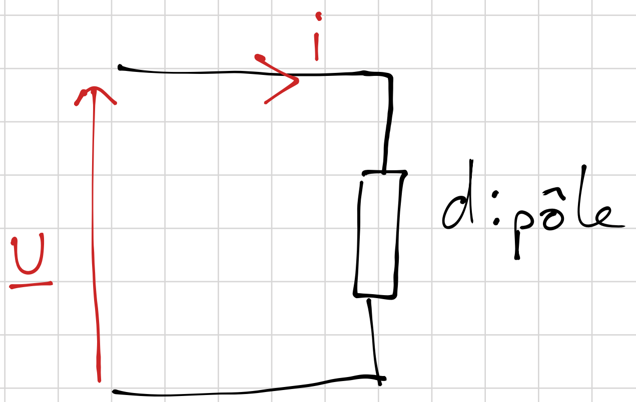
↳ Expression énergie potentielle : $\boxed{E = K \times \dfrac{1}{r}}$

Énergie cinétique : $E_c = \dfrac{1}{2}mv^2$

Energie mécanique : $E_m = E_c + E_p$



Exercice sans préparation



$\underline{Z} = 5 + 10j \ (\Omega)$

$u = U_0 \cos(\omega t)$

1) Trouver $i(t)$

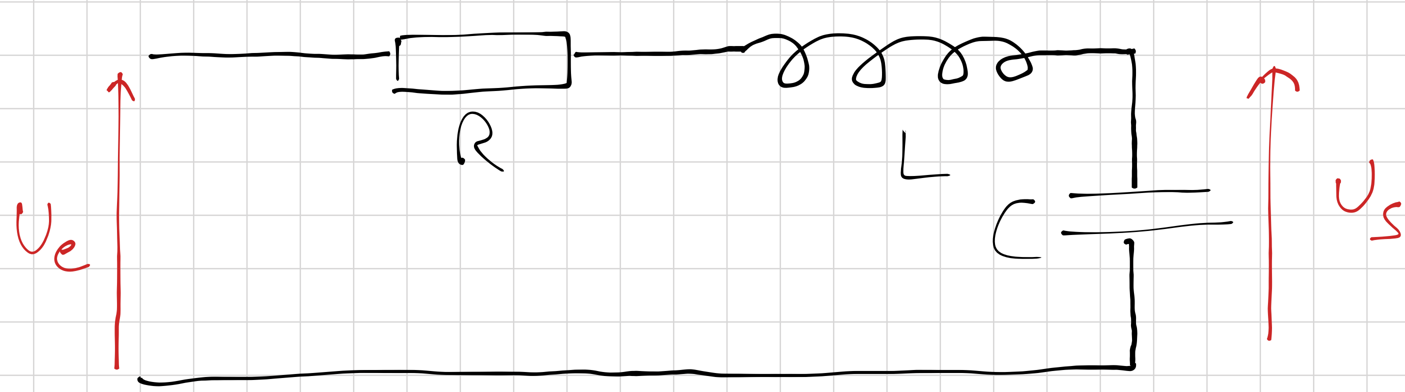
Par définition, $\underline{u} = \underline{Z}\,\underline{i} \Rightarrow \underline{i} = \dfrac{\underline{u}}{\underline{Z}}$

On a de plus, $\underline{u} = U_0 e^{j\omega t}$ et $\underline{Z} = 5\sqrt{5}\, e^{j\mathrm{Arctan}(2)}$

Donc $\underline{i} = \dfrac{\underline{u}}{\underline{Z}} = \dfrac{U_0}{5\sqrt{5}} e^{j(\omega t - \mathrm{Arctan}(2))}$

Enfin, $i(t) = \mathrm{Re}(\underline{i}) = \dfrac{U_0}{5\sqrt{5}} \cos(\omega t - \mathrm{Arctan}(2))$

2) Filtre d'ordre 2



$$\underline{H} = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \frac{Z_c}{Z_c + Z_R + Z_L} = \frac{1}{1 + j\omega RC - LC\,\omega^2}$$

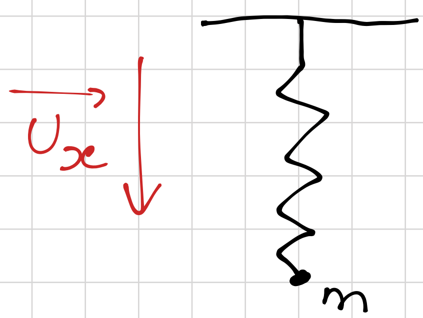
↳ ordre 2

Exercice 4 (CCINP)

Énoncé : oscillateur harmonique $\begin{cases} \text{fréquence } \nu \\ \text{masse } m \\ \text{amplitude } A \end{cases}$

1) Donner un exemple

Exemple du ressort



$\xRightarrow[\text{vérifiée}]{\text{équation}}$ $\dfrac{d^2x}{dt^2} + (2\pi\nu)^2 x = 0$

2) Expressions $x(t)$, $v(t)$, $p(t)$

On résoud l'équation : $\dfrac{d^2x}{dt^2} + (2\pi\nu)^2 x = 0$

On a alors :
$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= A\sin(\omega t + \varphi) \\ v(t) &= \dot{x}(t) = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \\ p(t) &= mv(t) = Am\omega\cos(\omega t + \varphi) \end{aligned}}$$

3) Expression énergie mécanique

Méthode 1 : on multiplie l'équation par $\dot{x}$:

$$\ddot{x}(t) \times \dot{x}(t) + (2\pi\nu)^2 x(t) \times \dot{x}(t) = 0$$

Puis on intègre et on multiplie par la masse :

on obtient : $\underbrace{\frac{1}{2} m \dot{x}(t)^2}_{E_c} + \underbrace{\frac{1}{2}(2\pi\nu)^2 m x(t)^2}_{E_p} = \underbrace{E}_{E_m}$

4) En méca quantique : inégalité d'Heisenberg reliant Δx et Δp

Inégalité d'Heisenberg : $\Delta x \cdot \Delta k_x \geqslant \frac{1}{2}$

En multipliant par $\hbar$ (constante de Planck réduite)

on obtient : $\boxed{\Delta x \cdot \Delta p \geqslant \frac{\hbar}{2}}$ (car $\vec{p} = \vec{k}\hbar$)

5) Déduire que $E_m \geqslant$ valeur E_0.

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$ (avec $p = mv$)

Par Heisenberg, $\Delta p \geqslant \frac{\hbar}{2\Delta x}$

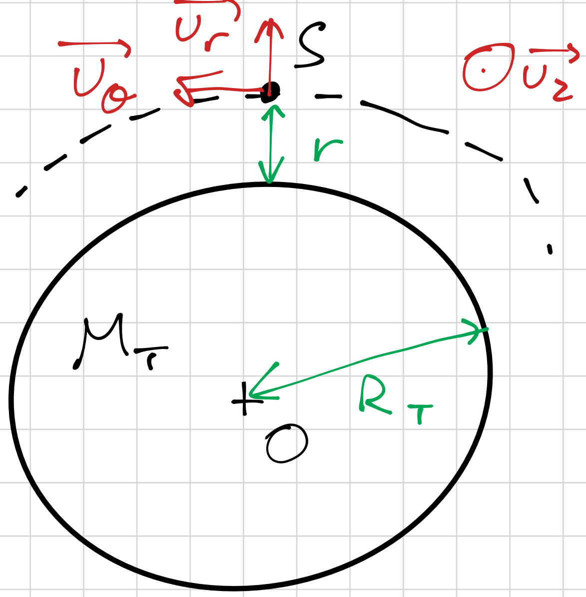
On en déduit que :

$$E_m = E_p + E_c \geqslant \underbrace{E_p + \frac{\hbar^2}{8\Delta x^2 m}}_{E_0}$$

Exercice 5 (CCINP)

1) Loi de Kepler, energie méca satellite

Coordonnées polaires $(\vec{u_r}, \vec{u_\theta}, \vec{u_z})$ car trajectoire circulaire



Bilan des forces :

$$\vec{F_g} = -G \frac{m \cdot M_T}{(R_T+r)^2} \vec{u_r}$$

Notons $d = R_T + r$

Or on a $\vec{OS} = d\vec{u_r}$, $\vec{v} = d\dot{\theta}\vec{u_\theta}$ $\vec{a} = -d\dot{\theta}^2\vec{u_r} = -\frac{v^2}{d}\vec{u_r}$

(car trajectoire circulaire)

Donc **PFD :** $m\vec{a} = \vec{F_g} \Longrightarrow -\frac{v^2}{d} m\vec{u_r} = -G\frac{m \cdot M_T}{d^2}\vec{u_r}$

Et donc $v = \sqrt{G \frac{M_T}{d}}$

Par ailleurs, $v = \frac{\ell}{T}$ avec $\ell = 2\pi d$ (tour de la Terre)

Donc on a : $\sqrt{G\frac{M_T}{d}} = \frac{2\pi d}{T} \Longrightarrow G\frac{M_T}{d} = \frac{4\pi^2 d^2}{T^2}$

Enfin, loi de Kepler : $\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G M_T}$

Energie mécanique : $E_m = E_c + E_p$

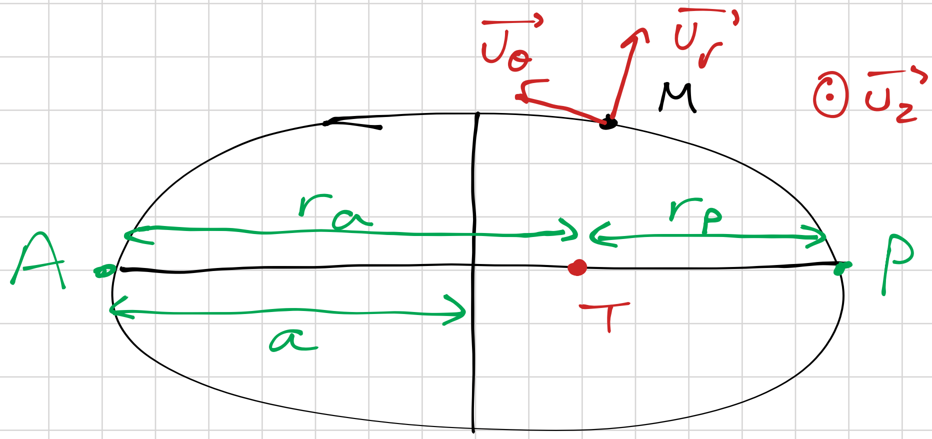
Or $\vec{F_g} = -G\frac{mM_T}{d^2}\vec{u_r} \Longrightarrow E_p = -G\frac{mM_T}{d}$

Donc $E_m = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{mM_T}{d^2} = \frac{1}{2}mG\frac{M_T}{d} - G\frac{mM_T}{d^2}$

Ainsi, $E_m = -\frac{1}{2}G\frac{mM_T}{d^2} = -E_c = \frac{E_p}{2}$

3) 4) 5) Que des AN.

6) Question sup : cas elliptique



$$2a = r_p + r_a$$

En polaire : $\begin{cases} \vec{TM} = r\vec{u_r} \\ \vec{v} = \dot{r}\vec{u_r} + r\dot{\theta}\vec{u_\theta} \end{cases}$

Constante des aires : $C = r^2\dot{\theta} \Longrightarrow v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2$

$$= \dot{r}^2 + \frac{C^2}{r^2}$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{mM_T}{r}$$

$$= \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} - G\frac{mM_T}{r}$$

À l'apogée A / Au périgé P : $\dot{r} = 0$

Cela nous donne : $E_m = \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r_p^2} - \frac{GmM_T}{r_p}$

$$= \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r_a^2} - \frac{GmM_T}{r_a}$$

On a l'équation $r^2E_m + rGmM_T - \frac{1}{2}mC^2 = 0$

Relations racines/coef : $r_1 + r_2 = -\frac{b}{a}$

De plus, $r_p + r_a = 2a \Longrightarrow 2a = -\frac{GmM_T}{E_m}$

Finalement, pour une trajectoire elliptique :

$$\boxed{E_m = -\frac{G m M_T}{2a}} \quad \text{(avec } a \text{ : demi-grand axe)}$$

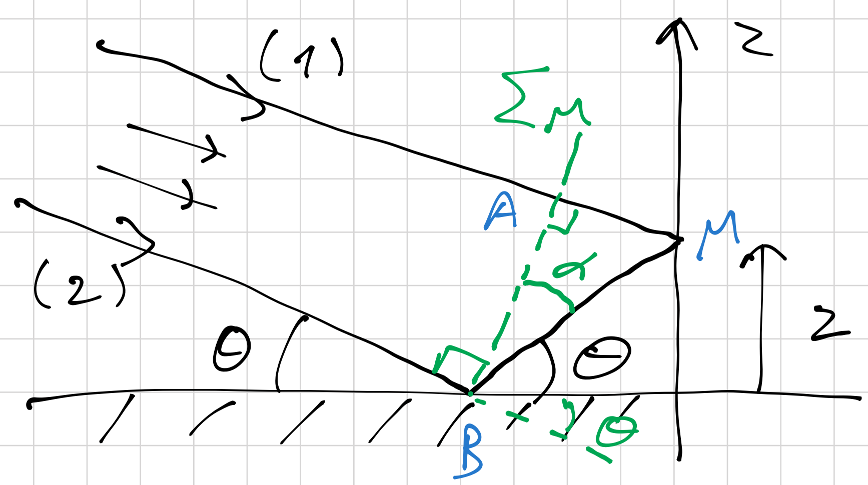
Exercice 3 (CCINP)

1) Formule Fresnel

$$I_{tot} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi)$$

Si $I_1 = I_2 = I_0$: $\quad I_{tot} = 2 I_0 (1 + \cos(\varphi))$

2) Expression $\delta_{2/1}$



$$\alpha = \frac{\pi}{2} - 2\theta$$

$$\sin(\alpha) = \frac{AM}{BM}$$

$$\sin(\theta) = \frac{z}{BM}$$

On a alors $\delta_{2/1} = BM - AM$

$$= z\left(\frac{1}{\sin(\theta)} - \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right)}{\sin(\theta)}\right)$$

Avec $\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right) = \cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2(\theta)$

Donc $\delta_{2/1} = \frac{z}{\sin(\theta)} - \frac{z}{\sin(\theta)} + 2z\sin(\theta)$

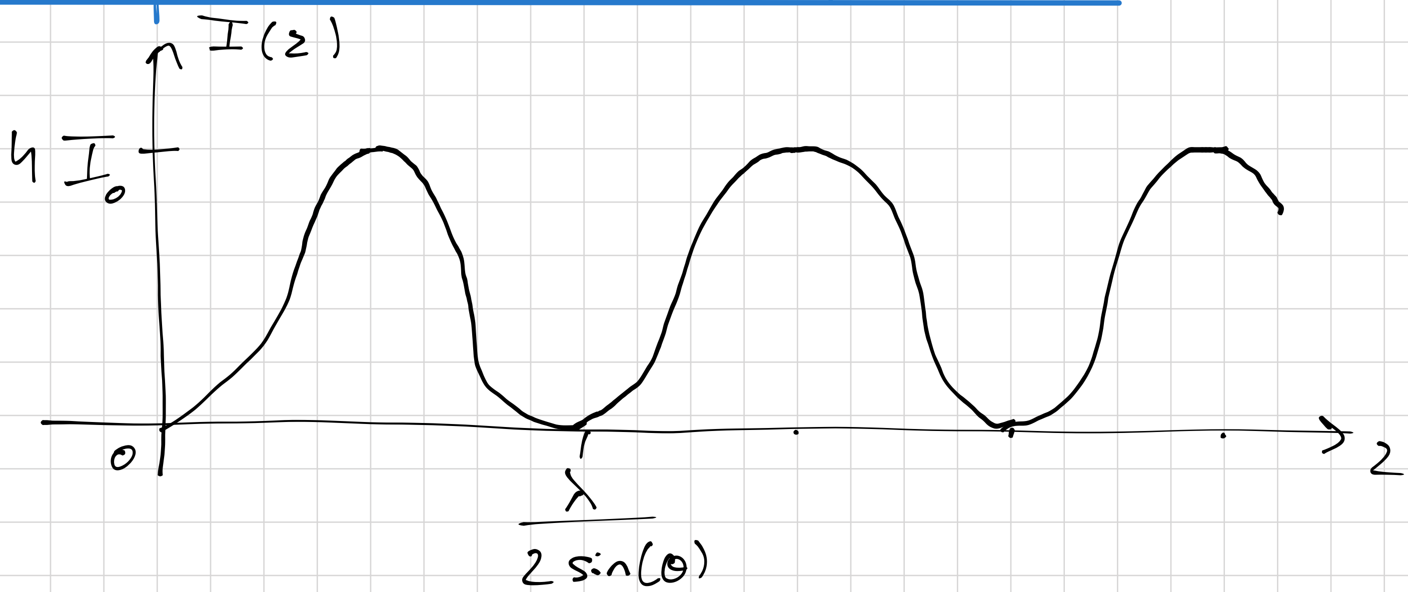
$$\boxed{= 2z\sin(\theta)}$$

3) Déduire $\varphi(z)$

Donc $\varphi(z) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta \, (+\pi)$ $\boxed{= \frac{4\pi z}{\lambda}\sin(\theta) + \pi}$

réflexion sur le miroir

4) Représenter $I(z)$ $(I_1 = I_2 = I_0)$



5) Miroir non parfait : $I_2 = R\, I_0$: contraste ?

D'après Fresnel : $I_{tot} = I_0(1 + R + 2\sqrt{R}\cos(\varphi))$

$$I_{max} = I_0(1 + R + 2\sqrt{R}) \quad \longrightarrow \quad \varphi \equiv 0\,[2\pi]$$

$$I_{min} = I_0(1 + R - 2\sqrt{R}) \quad \longrightarrow \quad \varphi \equiv \pi\,[2\pi]$$

Contraste : $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$

$$= \frac{I_0(1+R+2\sqrt{R}) - I_0(1+R-2\sqrt{R})}{I_0(1+R+2\sqrt{R}) + I_0(1+R-2\sqrt{R})}$$

$$= \frac{4\sqrt{R}}{2(1+R}$$

$$\boxed{C = \frac{2\sqrt{R}}{1+R}}$$