Révisions Oral - Ondes électromagnétiques

Questions de cours :

Cette question tombe très souvent à l'oral ⇒ il est intéressant de retenir $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$

1 - Propagation d'une onde électromagnétique dans un conducteur ohmique - Effet de peau.
2 - Propagation d'une onde dans un plasma.
3 - Onde plane progressive monochromatique se propageant dans le vide : polarisation, direction de propagation, relation de structure, relation de dispersion, vitesse de phase, vitesse de groupe.
4 - Caractéristiques de l'onde électromagnétique rayonnée par un dipôle oscillant.

Des exercices pour s'entrainer

[1] :
1 - Donner les équations de Maxwell vérifiées par les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans le vide. En déduire l'équation de propagation vérifiée par le champ $\vec{E}$.
2 - On considère un champ électromagnétique :

$$\vec{E} = E_o \cos(\omega t - kx)\vec{u}_z$$

Déduire de la question précédente la relation vérifiée par k. Comment s'appelle cette relation ?
3 - Donner la direction et le sens de propagation de cette onde. À quelle vitesse se propage cette onde ?
4 - Décrire la polarisation de cette onde. En pratique, comment peut-on modifier cette polarisation ?
↳ utilisation d'un polariseur, reflexion sur un miroir, un dioptre
5 - Donner la relation entre $\vec{E}$ et $\vec{B}$. Comment s'appelle cette relation ?
6 - Donner l'expression du vecteur de Poynting en fonction deE_o notamment. Quelle est sont unité ?
7 - Proposer un ordre de grandeur pour le vecteur de Poynting associé au rayonnement d'un Laser utilisé en travaux pratiques. En déduire un ordre de grandeur du nombre de photons par unité de volume dans le faisceau.
10^2 W/m² - 10^3 W/m² (rappel : pour le rayonnement solaire $\langle \Pi \rangle = 300$ W/m², $\langle \Pi \rangle_{max} \simeq 900$ W/m² journée ensoleillée)

[2] :
On étudie la propagation d'une onde électromagnétique dans un plasma.
1 - Exposer brièvement les principales hypothèses intervenant dans l'étude de la propagation dans un plasma.
2 - On donne :

Rq : la démo n'est pas demandée mais le PFD pour un électron donne :
$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} \Rightarrow \frac{d}{dt}\underbrace{(-ne\vec{v})}_{\vec{j}} = \varepsilon_0 \underbrace{\frac{ne^2}{m\varepsilon_0}}_{\omega_p^2} \vec{E}$

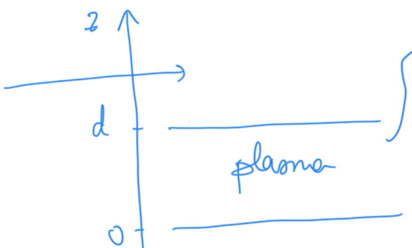
$$\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \varepsilon_o\, \omega_p^2 \vec{E}$$

Établir l'équation de propagation vérifiée par le champ $\vec{E}$.
3 - On cherche $\vec{E}$ sous la forme d'une OPPM $\vec{E}_o e^{j(\omega t - kz)}$. En déduire la relation de dispersion dans le plasma.
$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2}$
4 - On se place dans le cas $\omega < \omega_p$, on suppose que le plasma est compris entre deux plans d'équations $z = 0$ et $z = d$. Pour $z < 0$ et $z > d$ l'onde se propage dans le vide, dans la zone $z < 0$, le champ électrique s'écrit :

$$\underline{\vec{E}} = E_o e^{i(\omega t - kz)}\vec{u}_x$$

Donner l'expression du champ $\vec{E}$ dans les zones $0 < z < d$ et $d < z$ en introduisant des constantes que l'on ne cherchera pas à déterminer dans un premier temps.
5 - Comment déterminer les différentes constantes ?

$\vec{E}_t = E_3 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x$

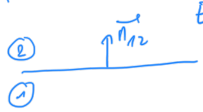


présence d'une onde réfléchie en $e^{i(\omega t + kz)}$

$k^2 = -\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2} \Rightarrow k = \pm i k'$ avec $k' = \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}}$

$\underline{\vec{E}} = \underline{E}_1 e^{-k'z} e^{i\omega t} \vec{u}_x + \underbrace{\underline{E}_2 e^{k'z}}_{\text{si } k'd \gg 1,\ E_2 \to 0} e^{i\omega t} \vec{u}_z$

⇒ On détermine les différentes amplitudes en écrivant les relations de passage en $z=0$ et $z=d$ $\quad \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon} \vec{n}_{12}$



[3] :

Une onde électromagnétique se propage à l'intérieur d'un guide d'onde de section rectangulaire de longueurs a et b (voir figure ci-après), dont les parois sont parfaitement conductrices et dans lequel règne le vide. On donne l'expression du champ électrique :

$$\vec{E} = E_o \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{j(\omega t - kz)} \vec{e}_y$$

$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}} \to 0$ quand $\gamma \to \infty$

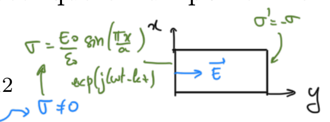
ou $p = \vec{j} \cdot \vec{E} = \gamma E^2$ bornée

$\Rightarrow E \to 0$ dans un conducteur parfait

1 - Que vaut le champ électrique dans un conducteur parfait ?

2 - On rappelle la relation de continuité vérifiée par le champ électrique en un point P à l'interface entre deux milieux (1) et (2) :

$$\vec{E}_2(P) - \vec{E}_1(P) = \frac{\sigma(P)}{\varepsilon_o} \vec{n}_{12}$$



En $x = 0$

$\vec{E} = E(0)\, \vec{e_y} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{e_x}$

$\Rightarrow E(0) = 0$ ok $(\sin(0) = 0)$

Idem en $x = a$

Écrire cette relation sur les interfaces $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = b$. Commenter.

3 - Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ dans le guide. ⚠ pas onde plane, $\vec{\text{rot}}\, \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{a^2}$

4 - Établir l'équation différentielle vérifiée par le champ électrique $\vec{E}$. En déduire la relation de dispersion. À quelle condition sur ω l'onde peut-elle se propager ?

5 - Déterminer l'expression du vecteur de Poynting moyen. En déduire l'expression de la puissance moyenne rayonnée à travers une section.

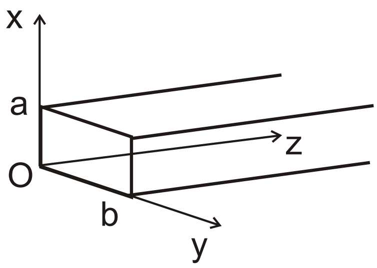
$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2} \mathrm{Re}\left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}^*}{\mu_0}\right)$

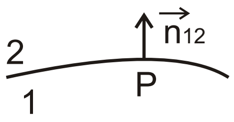
$\underline{\vec{B}} = -\frac{k}{\omega} E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{i(\omega t - kz)} \vec{u_x} + \frac{\pi}{a\omega} i E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{i(\omega t - kz)} \vec{u_z}$

$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 \omega} k \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \vec{u_z}$

$\Rightarrow \mathcal{P} = b \int_0^a \| \langle \vec{\Pi} \rangle \| \, dx$

$= \frac{a b E_0^2 k}{4 \mu_0 \omega}$





[4] :

On considère une onde qui se propage dans le vide (domaine $y < 0$) avec :

$$\vec{E} = E_o e^{i(\omega t - ky)} \vec{u}_z$$

Le demi-espace $y > 0$ est constitué d'un milieu conducteur homogène de conductivité γ.

$\vec{j} = \gamma \vec{E}$ pour $f < 10^{14}$ Hz $\rightarrow$ le courant de déplacement $\vec{j_0} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ est négligeable.

1 - Pour $y > 0$, on écrit :

$\vec{\text{rot}}\,(\vec{\text{rot}}\, \vec{E}) = \vec{\text{rot}}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$

$-\Delta \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0 \vec{j})$

$$\vec{E} = E_o e^{i\omega t} f(y) \vec{u}_z$$

$f''(y) - \mu_0 i \omega f(y) = 0$

Déterminer la fonction $f(y)$. $\rightarrow f(y) = e^{-y/\delta}\, e^{-iy/\delta}$

2 - On considère un parallélépipède de conductivité γ de longueur a selon x, b selon z et de dimension L très grande suivant y. L'expression de $\vec{E}$ trouvée à la question précédente est toujours valable. Déterminée la puissance moyenne dissipée par effet Joule par le conducteur.

$\langle p \rangle = \langle \gamma \vec{E} \cdot \vec{E} \rangle = \frac{\gamma E_0^2}{2} e^{-2y/\delta} \Rightarrow \mathcal{P} = a b \delta \frac{\gamma E_0^2}{4}$

Questions supplémentaires :
- déterminer $\vec{B}$, $\vec{\Pi}$

[5] :

On donne l'expression du champ électrique d'une onde électromagnétique se propageant dans le vide :

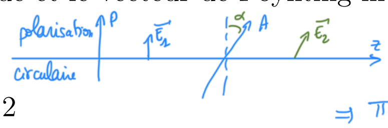
$$E_x = E_{xm} \cos(\omega t - kz) \;;\; E_y = E_{ym} \cos(\omega t - kz - \phi)$$

$\phi = \frac{\pi}{2}$, $E_{xm} = E_{ym}$

1 - Quelle est la direction de propagation de cette onde ? Justifier que $E_z = 0$.

2 - Étudier la polarisation de cette onde pour $\phi = 0$ et $\phi = \pi/2$. À quelle condition obtient-on une polarisation circulaire ?

3 - Un dispositif expérimental non étudié ici permet d'obtenir une onde polarisée circulairement. On place successivement sur un axe un polariseur de direction de polarisation $\vec{u}_x$ et un analyseur incliné d'un angle α par rapport au polariseur. Écrire le champ électrique et le vecteur de Poynting moyen dans les différentes zones délimitées par le polariseur et l'analyseur.



$\vec{E_1} = E_1 \cos(\omega t - kz)\, \vec{u_x}$

$E_2 = E_1 \cos\alpha$

$\Rightarrow \Pi_2 = \Pi_1 \cos^2\alpha$ loi de Malus

[6] :

En enroulant un téléphone portable dans une simple feuille d'aluminium, peut-on encore recevoir des appels ? Vous répondrez à la question en calculant la puissance transmise par le téléphone à travers la feuille d'aluminium.

idée : $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$

et puissance en $e^{-2z/\delta}$ (cf exo [4])

Données :

— $\mu_o = 4\pi.10^{-7}\text{H.m}^{-1}$, $c = 3.10^8\text{m.s}^{-1}$

— $M(\text{Al}) = 27\text{g.mol}^{-1}$, $\mu(\text{Al}) = 2,7\text{g.cm}^{-3}$, $\gamma(\text{Al}) = 10^7\text{S.m}^{-1}$

— Épaisseur d'une feuille d'aluminium : environ 20 μm.

[7] :

On étudie le cristal de chlorure de sodium NaCl. On pose :

$$\underline{\vec{E}} = E_o e^{i(\omega t - kz)} \vec{e}_x$$

On étudie le mouvement des ions lors du passage de l'onde électromagnétique. On suppose que la vitesse des ions est négligeable devant c. Dans le modèle considéré, les ions sont soumis à une force de rappel :

$$\vec{F} = -K\ X\ \vec{e}_x \text{ avec } K = \frac{Ne^2}{\chi_{ion}\varepsilon_o}$$

On note $X(z,t)$ la position des ions.

Il n'y a pas de question mais on peut quand même réfléchir au problème :

* les ions soumis à $q\vec{E}$ ($q = +e$ pour les Na^+ et $-e$ pour les Cl^-)

et à $\vec{F}$ $\Rightarrow$ pfd pour Cl^- $\Rightarrow \vec{v}^-$, pour $Na^+ \to \vec{v}^+$ $\Rightarrow \vec{j} = +Ne\,\vec{v}_+ - Ne\,\vec{v}_-$

* On utilise les équations de Maxwell avec $\rho = +Ne - Ne = 0$ pour étudier la propagation de l'onde ...

↳ exploitation de la relation de dispersion, aspects énergétiques ...