Plasma

$$\rho_+ + \rho_- = \rho = 0$$

$\rho_+ = ne \qquad \rho_- = -ne$

$$\vec{j} = \rho_+ \vec{v} + \rho_- \vec{v}$$

$$\vec{rot}(\vec{rot}(\vec{E})) = \underbrace{\vec{grad}(div\,\vec{E})}_{=0} - \Delta \vec{E}$$

$$\Rightarrow \quad -\vec{rot}\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\Delta \vec{E}$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = -\Delta \vec{E}$$

$$\Rightarrow \quad \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t} = \Delta \vec{E}$$

On pose $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{u_z}$

$\vec{B} = B_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{u_y}$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

PFD sur un électron de charge $-e$ et de masse m_e

$$m_e \vec{a} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

On $\dfrac{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} \ll 1$

...

On en déduit $k^2 = \dfrac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$

Effet de Peau

Équations de Maxwell

avec $\rho = 0 \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}$

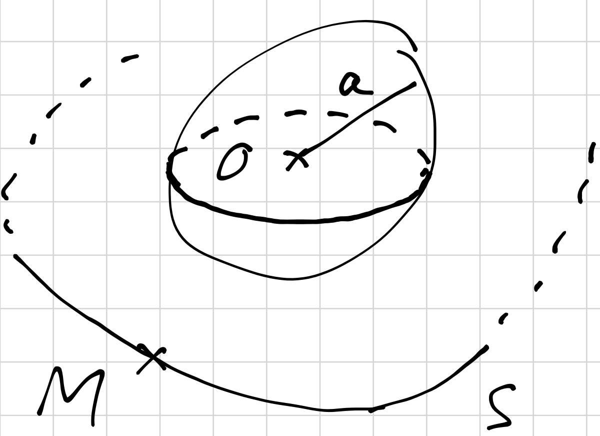
On en déduit $\quad \Delta \vec{E} = \mu_0 \gamma \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Donc $-k^2 = \mu_0 \gamma i \omega$

$k^2 = \left(e^{-i\pi/4} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} \right)^2$

Donc $\quad k = \pm \dfrac{1-i}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega}$

Champ $\vec{E}$ et potentiel V crées par une boule de rayon a portant Q sur la surface en un point M extérieur



Coord sphériques

$\vec{E}(M) = E(r)\vec{u_r}$ (Thm de Gauss)

$\displaystyle\iint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

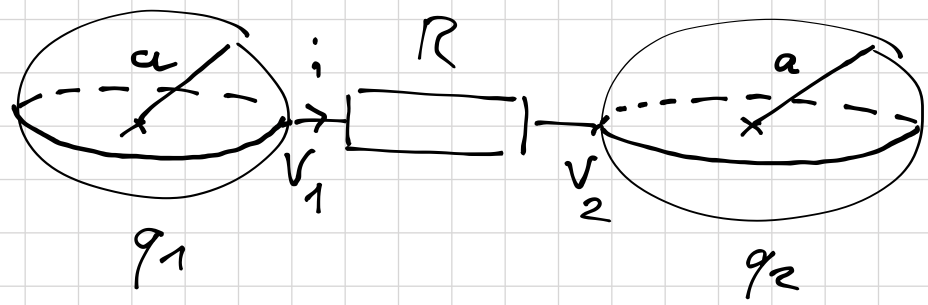
Donc $\boxed{E(r) = \dfrac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}}$

Donc $\quad \vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \vec{u_r}$

$= -\overrightarrow{\text{grad}}\left(\dfrac{Q}{4\pi r \varepsilon_0} \right)$

Donc $\boxed{V = \dfrac{Q}{4\pi r \varepsilon_0}}$

Ex 1



$V_1 - V_2 = Ri$

Or $V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 a}$ et $V_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}$

Donc $\frac{q_1 - q_2}{4\pi\varepsilon_0 a} = Ri$

$i = -\frac{dq_1}{dt} = \frac{dq_2}{dt}$

$q_1 + q_2 = Q \Rightarrow q_2 = Q - q_1$

Donc $\frac{2q_1 - Q}{4\pi\varepsilon_0 a} = -R\frac{dq_1}{dt}$

Donc $\frac{dq_1}{dt} + \frac{2}{4\pi\varepsilon_0 aR} q_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 aR}$

$q_1 = K e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{Q}{2}$

$$\begin{cases} q_1(t) = \left(\frac{q_{10} - q_{20}}{2}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{q_{10} - q_{20}}{2} \\ q_2(t) = \left(\frac{q_{20} - q_{10}}{2}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{q_{20} - q_{10}}{2} \\ \tau = 2\pi\varepsilon_0 aR \end{cases}$$

Aspect énergétiques :

$P_{Joule} = Ri^2$

$Q_J = \int_0^{+\infty} Ri^2 dt$

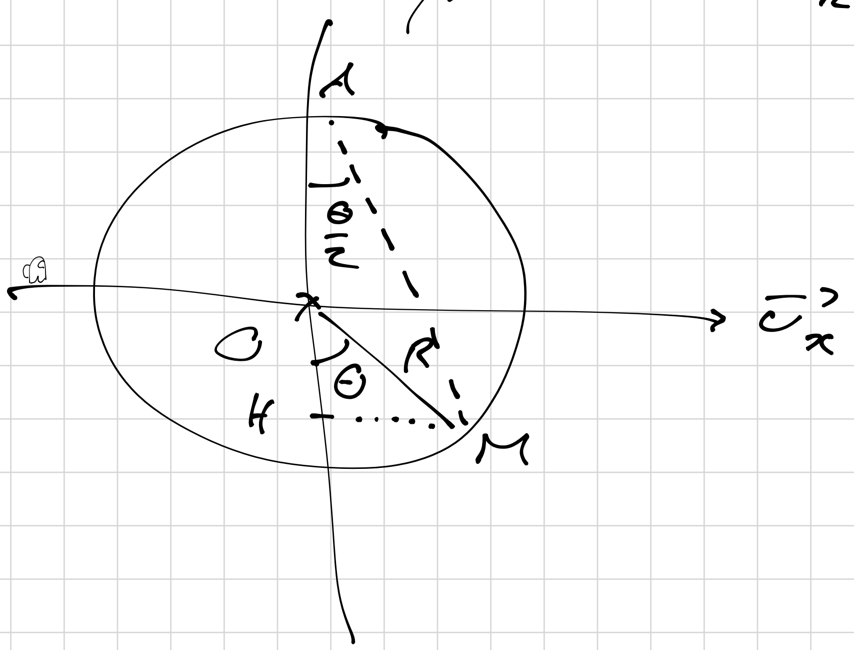
Pour chaque boule

$dU = C\,dT \qquad dS = C\,\frac{dT}{T}$

$$\Delta S = C \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

Ex 8

À l'équilibre $a_r = 0$ $\quad a_c = 0$ $\quad \vec{a_e} = -\omega^2 \vec{HM}$



En coord sphériques

Donc $\vec{a_e} = -\omega^2 R \sin\theta\, \vec{u_x}$

PFD : $\sum \vec{F} = m\vec{a_a}$

$$\Rightarrow -mg\sin\theta + k\Big(\underbrace{\sqrt{2R^2 - 2R^2\cos(\pi-\theta)}}_{R\sqrt{4\sin^2\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)}} - l_0\Big) \times \sin\frac{\theta}{2} = -m\omega^2 R\sin\theta$$

$$\Rightarrow -mg\sin\theta + k\left(R\,2\sin\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right) - l_0\right)\sin\frac{\theta}{2} + m\omega^2 R\sin\theta = 0$$

Or $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right) = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$

$$\Rightarrow \boxed{\tan\frac{\theta}{2} = \frac{2}{k l_0}\left(kR + m\omega^2 R - mg\right)}$$

Étude énergétiques

$E_{p,el} = \frac{1}{2} k (AM - l_0)^2$

$E_{pg} = mgy$

$$y = -R\cos\theta$$

$$E_{pe} = -\frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

$$x = R\sin\theta$$

$$E_p(A) = -mgR\cos\theta - \frac{1}{2} m\omega^2 2R^2 \sin^2\theta$$

$$+ \frac{1}{2} k \left(2R\cos\frac{\theta}{2} - l_0\right)^2$$