Quelques points à savoir sur le régime transitoire

On considère un condensateur de capacité C parcouru par un courant d'intensité i. On note u_c la tension à ses bornes en convention récepteur. Les armatures du condensateur peuvent accumuler une charge $q(t)$ qui augmente avec la capacité C du condensateur. La différence de potentiel entre les armatures du condensateur s'écrit alors :

$$q = C\ u_c$$

On a alors :

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \boxed{i = C\frac{du_c}{dt}}$$

En régime permanent $dq/dt = 0$ (la charge ne varie plus) et $i = 0$. On a par contre $q \neq 0$ et $u_c \neq 0$. Le condensateur est alors équivalent à un interrupteur ouvert (coupe-circuit).

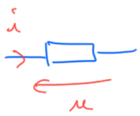
Lorsqu'une bobine est parcourue par un courant d'intensité $i(t)$ variable, elle est source d'un champ magnétique $\vec{B}(t)$. Le flux de $\vec{B}(t)$ à travers la bobine varie lorsque $i(t)$ varie : il apparaît une fem induite aux bornes de la bobine (loi de Faraday). En convention récepteur, la différence de potentiel u_L aux bornes de la bobine d'inductance propre L s'écrit alors :

$$\boxed{u_L = L\frac{di}{dt}}$$

En régime permanent, $di/dt = 0 \Rightarrow u_L = 0$, la bobine est équivalente à un fil. Le courant i la traversant est non nul.

On rappelle que la **puissance reçue** par un dipôle parcouru par un courant d'intensité i, soumis à une tension u en convention récepteur s'écrit :

$$p = u.i$$



1 - En déduire l'expression de l'énergie électrique stockée dans un condensateur. Que vaut la puissance si la tension u_c subit une brusque variation (sur un temps $\tau \to 0$) ? Conclusion.
2 - En déduire l'expression de l'énergie magnétique stockée dans une bobine. Que vaut la puissance si le courant i subit une brusque variation (sur un temps $\tau \to 0$) ? Conclusion.

1) Pour le condensateur : $i = C\frac{du_c}{dt}$

$\Rightarrow p = u_c \cdot C\frac{du_c}{dt}$ soit $p = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}C u_c^2\right)$

→ l'énergie électrique stockée dans le condensateur est :

$$\boxed{\mathcal{E}_{elec} = \frac{1}{2} C u_c^2}$$

Si u_c varie brusquement : $p = \frac{\Delta\left(\frac{1}{2}C u_c^2\right)}{\tau} \xrightarrow[\tau \to 0]{} +\infty$) la puissance est une grandeur physique qui ne peut pas diverger
⇒ la tension u_c aux bornes d'un condensateur ne peut pas subir de discontinuité.

2) Pour la bobine : $u_L = L\frac{di}{dt}$

$\Rightarrow p = L\frac{di}{dt}\cdot i$ soit $p = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L i^2\right)$

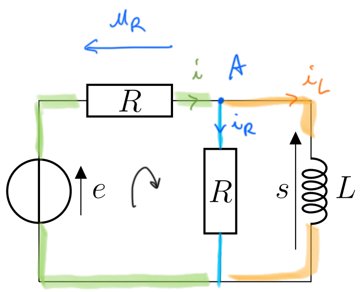
L'énergie magnétique stockée dans la bobine est :

$$\boxed{\mathcal{E}_{mag} = \frac{1}{2} L i^2}$$

On montre de la même façon que le courant à travers une bobine ne peut pas subir de discontinuité.

Utiliser les lois de Kirchhoff

Appliquer la loi des nœuds et la loi des mailles au circuit ci-dessous.



$i = i_R + i_L$ loi des noeuds en A

Loi des mailles : $e - u_R - s = 0$

(sens ↷ indiqué sur le schéma)

On complète ensuite ces 2 relations avec : $\begin{cases} u_R = Ri \\ s = R i_R \\ s = L \dfrac{di_L}{dt} \end{cases}$

Faire l'analyse qualitative d'un circuit (RSF)

Prévoir sans calcul la nature du filtre ci-dessous.

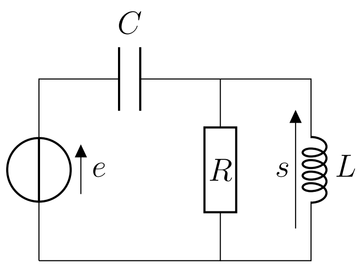
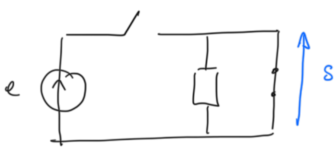


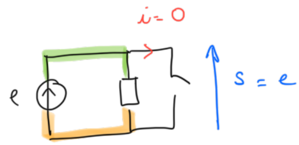
Schéma équivalent BF



s : tension aux bornes d'un fil

$\Rightarrow s = 0$

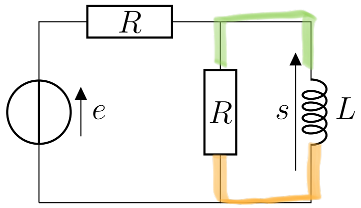
Schéma équivalent HF



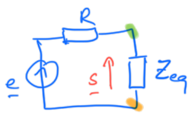
(on peut imaginer la situation en TP : les branchements pour mesurer s se font aux mêmes points que ceux pour mesurer e).

Utiliser le diviseur de tension

Déterminer la fonction de transfert du filtre ci-dessous en utilisant un diviseur de tension.



Circuit équivalent :



avec $\underline{Z_{eq}}^{-1} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{jL\omega}$

On reconnaît un diviseur de tension : $\underline{s} = \dfrac{\underline{Z_{eq}}}{R + \underline{Z_{eq}}} \underline{e}$

$\Rightarrow \underline{H} = \dfrac{\underline{Z_{eq}}}{R + \underline{Z_{eq}}} \xrightarrow{\text{ASTUCE}} \underline{H} = \dfrac{1}{1 + R\,\underline{Z_{eq}}^{-1}}$

soit $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + 1 + \dfrac{R}{jL\omega}} = \boxed{\dfrac{1}{2 + \dfrac{R}{jL\omega}}}$

Tracer un diagramme de Bode asymptotique (exemple ordre 1)

On souhaite tracer le diagramme de Bode asymptotique d'un filtre passe-bas d'ordre 1, de fonction de transfert :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

Asymptote à BF

$\underline{H} \sim \frac{1}{1}$

$\Rightarrow G_{dB1} = 20 \log |\underline{H}| = 0$ asymptote horizontale

$\varphi_1 = 0$ ($\arg(\underline{H}) = 0$)

Asymptote à HF

$\underline{H} \sim \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_c}}$

$G_{dB2} = 20 \log(|\underline{H}|)$

$= 20 \log \omega_c - 20 \log(\omega)$

$\longrightarrow$ asymptote à -20 dB/décade.

$\arg \underline{H} = \arg(-j)$

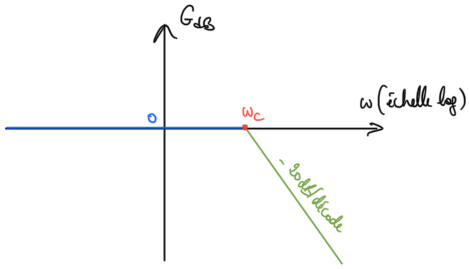
$\hookrightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$

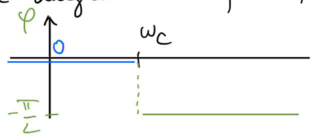
Intersection des asymptotes :

$G_{dB1} = G_{dB2}$ $\begin{cases} G_{dB} = 0 \\ \omega = \omega_c \end{cases}$

Pour le diagramme en phase, on écrit : $\underline{H} = \dfrac{1 - j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}$ $\Rightarrow \varphi \in]-\frac{\pi}{2}, 0]$

$Re(\underline{H}) > 0$; $Im(\underline{H}) < 0$





Tracer un diagramme de Bode asymptotique (exemple ordre 2)

On souhaite tracer le diagramme de Bode asymptotique d'un filtre passe-bas d'ordre 2, de fonction de transfert :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_c}}$$

Asymptote à basse fréquence :

$\underline{H} \sim \frac{1}{1} \Rightarrow G_{dB1} = \underbrace{20 \log(|\underline{H}|)}_{=0}$ asymptote horizontale

$\arg(\underline{H}) = 0 \longrightarrow \varphi_1 = 0$

Asymptote à haute fréquence :

$\underline{H} \sim \frac{1}{-\frac{\omega^2}{\omega_c^2}} \Rightarrow G_{dB_2} = 40 \log(\omega_c) \underbrace{- 40 \log(\omega)}_{\text{asymptote à } -40 \text{ dB/décade}}$

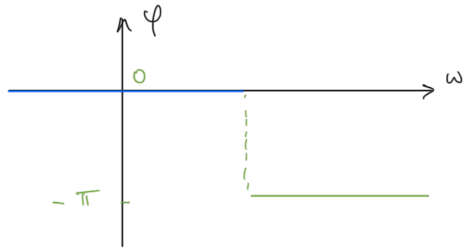
$\varphi_2 = \arg(\underline{H}) = \pm\pi$

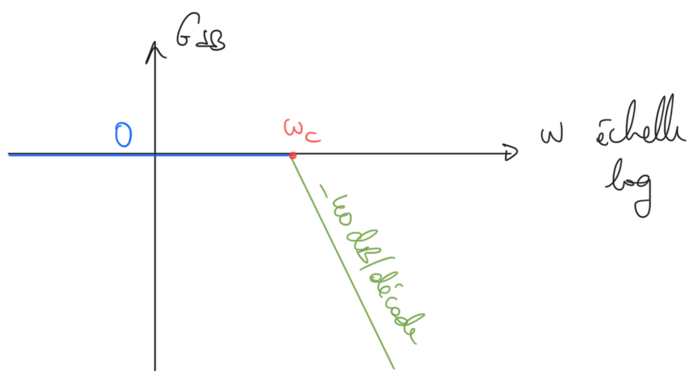
Intersection des asymptotes : $G_{dB1} = G_{dB2}$ pour $\begin{cases} G_{dB} = 0 \\ \omega = \omega_c \end{cases}$

Diagramme en phase :

$$\underline{H} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2} - j\frac{\omega}{Q\omega_c}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{Q^2\omega_c^2}}$$

$\Rightarrow Im(\underline{H}) < 0 \Rightarrow \varphi \in]-\pi, 0]$

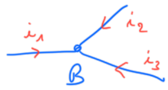




Utiliser la loi des nœuds en terme de potentiel

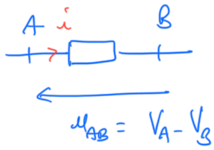
Il peut être beaucoup plus efficace de déterminer la fonction de transfert d'un filtre en utilisant la loi des nœuds en terme de potentiels. L'idée est de repérer un nœud du circuit, de compter combien de courants arrivent en ce point B du circuit et d'écrire la loi des nœuds sous la forme (par exemple pour 3 courants) :

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$



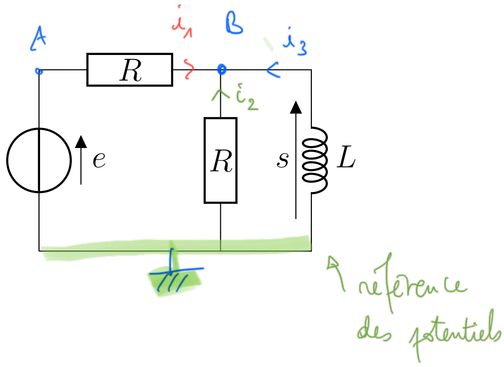
Pour un dipôle d'impédance Z parcouru par un courant i, aux bornes duquel règne la tension $u_{AB} = V_A - V_B$ (en convention récepteur), on a :

$$u_{AB} = V_A - V_B = Z\, i \Rightarrow i = \frac{V_A - V_B}{Z}$$



L'idée est alors d'écrire chaque courant à l'aide de la relation précédente (le potentiel V_B doit alors apparaître dans les 3 relations).

Faire un essai avec les deux circuits ci-dessous (la méthode n'est vraiment utile que pour le 2ème circuit).

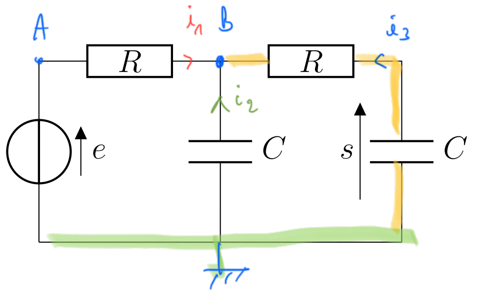


$$\frac{V_A - V_B}{R} + \frac{0 - V_B}{R} + \frac{0 - V_B}{jL\omega} = 0$$

$\Rightarrow$ $jL\omega V_A = (R + 2jL\omega) V_B$

On identifie sur le schéma $V_B = s$, $V_A = e$

$\Rightarrow$ $H = \frac{s}{e} = \frac{jL\omega}{R + 2jL\omega} = \boxed{\frac{1}{2 + \frac{R}{jL\omega}}}$



$$\frac{V_A - V_B}{R} + (0 - V_B)\, jC\omega + \frac{s - V_B}{R} = 0$$

$e - V_B - jRC\omega V_B + s - V_B = 0$

$\Rightarrow$ $V_B = \frac{e + s}{2 + jRC\omega}$

↳ Il faut une deuxième équation pour obtenir H, on reconnaît un diviseur de tension sur la partie :

$$s = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} V_B \Rightarrow V_B = (1 + jRC\omega)\, s$$

On a alors : $(1 + jRC\omega)(2 + jRC\omega)\, s = e + s$

$\Rightarrow$ $(1 - R^2C^2\omega^2 + 3jRC\omega)\, s = e$

$$H = \frac{1}{1 - R^2C^2\omega^2 + 3jRC\omega}$$