

TP ondes électromagnétiques
Sujet Centrale MP 2023

Q1) $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ $\text{div } \vec{B} = 0$

$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$

$\Rightarrow$ zone vide de charges et de courant :

$\text{div } \vec{E} = 0$ $\text{div } \vec{B} = 0$

$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Q2) $\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = \text{grad}(\text{div } \vec{E}) - \Delta \vec{E}$

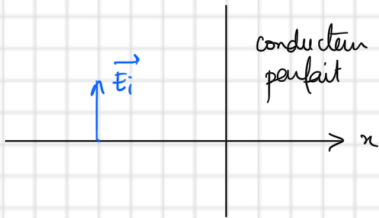
$\Rightarrow \text{rot} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = \vec{0} - \Delta \vec{E}$ soit $\Delta \vec{E} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \vec{0}$

$\Rightarrow \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$ avec $\epsilon \mu_0 = \frac{1}{c^2}$

Q3) Cette onde se propage suivant $\vec{u}_x$ et est polarisée rectilignement suivant $\vec{u}_y$.

$\Delta \vec{E}_i - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_i}{\partial t^2} = \vec{0} \Rightarrow -k^2 E_0 \cos(\omega t - kx) + \frac{\omega^2}{c^2} E_0 \cos(\omega t - kx) = 0$

soit $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$ relation de dispersion



Q4) Un conducteur parfait est un conducteur de conductivité tendant vers $+\infty$.

Le champ électrique est nul à l'intérieur d'un conducteur parfait

(la puissance volumique cédée à la matière $\vec{j} \cdot \vec{E} = \gamma E^2$ est bornée

$\Rightarrow E \rightarrow 0$ si $\gamma \rightarrow \infty$)

Q5) $\begin{cases} \vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_y = \vec{E}_2 \text{ en } x=0 \\ \vec{E}_1 = \vec{0} \text{ conducteur parfait} \end{cases}$

$\begin{cases} \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_y \\ \frac{\sigma}{\epsilon} \vec{n}_{12} = \frac{\sigma}{\epsilon} (-\vec{u}_x) \end{cases}$ il faudrait $E_0 = 0$
pu que $\vec{E}_i$ vérifie la relation de passage

$\hookrightarrow$ ce n'est pas possible.

En écrivait $\vec{E}_2 = \vec{E}_i + \vec{E}_r$, la relation de passage s'écrit:

$E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_y + \vec{E}_{or} \cos(\omega t) = \frac{\sigma}{\epsilon} (-\vec{u}_x)$
 $\vec{E}_{or} \cdot \vec{u}_x = 0$ car $\text{div } \vec{E}_r = 0$

On a aussi : $\begin{cases} E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_y + \vec{E}_{or} \cos(\omega t) = \vec{0} \\ 0 = \frac{\sigma}{\epsilon} \end{cases}$

$\Rightarrow \omega' = \omega$

$\vec{E}_{or} = -E_0 \vec{u}_y$

pu que cette relation soit vérifiée

pu tout t .

La relation de dispersion donne alors $k' = \frac{\omega'}{c} = \frac{\omega}{c}$

Soit $\lambda' = \lambda$.

Cette onde se propage suivant $-\vec{u}_x$ et est polarisée rectilignement suivant $\vec{u}_y$.

$$\begin{aligned} \text{Q6)} \quad \vec{E}(M, t) &= E_0 (\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)) \vec{u}_y \\ &= \underline{2E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{u}_y} \end{aligned}$$

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 2E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \\ 0 \end{pmatrix} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -2E_0 k \sin(\omega t) \cos(kx) \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{B} = 2E_0 \frac{k}{\omega} \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{u}_z}$$

$$\begin{aligned} \text{Q7)} \quad \langle E^2 \rangle &= 2E_0^2 \sin^2(kx) \\ &= E_0^2 (1 - \cos(2kx)) \end{aligned}$$

$$\text{On lit sur l'enregistrement une période } d_0 = \frac{42,2 - 39,4}{2} = 1,4 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{2\lambda} &= d_0 \\ \lambda = \frac{\omega}{c} &= \frac{2\pi f}{c} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{2\pi}{2 \times 2\pi f} &= d_0 \Rightarrow f = \frac{c}{2d_0} \\ \text{A.N} \quad f &= \underline{10,7 \cdot 10^9 \text{ Hz}} \end{aligned} \right. \begin{aligned} &\text{en accord avec} \\ &\text{la valeur annoncée} \\ &\text{par le constructeur} \end{aligned}$$