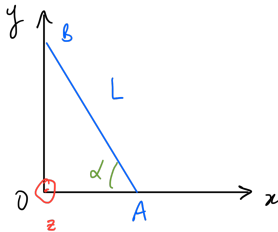


Vecteur rotation

Une échelle de longueur L est appuyée contre un mur vertical en un point B , son autre extrémité étant en contact avec le sol horizontal au point A .

L'échelle glisse sur le sol, tout en gardant le contact avec le mur. Déterminer le vecteur rotation de l'échelle par rapport au sol à l'aide des expressions des vitesses des points A et B .



$$\vec{OA} = L \cos \alpha \vec{u}_x$$

$$\vec{v}_A = -L \dot{\alpha} \sin \alpha \vec{u}_x$$

Vérification : si α diminue ($\dot{\alpha} < 0$)
A se décale vers la droite)

$$\vec{OB} = L \sin \alpha \vec{u}_y$$

$$\vec{v}_B = L \dot{\alpha} \cos \alpha \vec{u}_y$$

On cherche $\vec{\Omega} = \omega \vec{u}_z$ tel que $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\Omega} \wedge \vec{AB}$

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} \wedge \vec{AB} &= \omega \vec{u}_z \wedge (-L \cos \alpha \vec{u}_x + L \sin \alpha \vec{u}_y) \\ &= -L \omega \cos \alpha \vec{u}_y - L \omega \sin \alpha \vec{u}_x \end{aligned}$$

$$\vec{v}_B - \vec{v}_A = L \dot{\alpha} \cos \alpha \vec{u}_y + L \dot{\alpha} \sin \alpha \vec{u}_x$$

On a aussi :

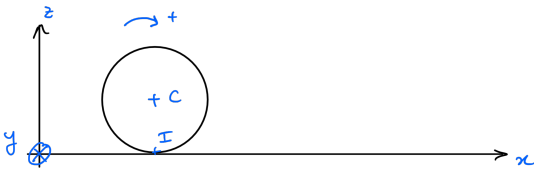
$$L \dot{\alpha} \cos \alpha \vec{u}_y + L \dot{\alpha} \sin \alpha \vec{u}_x = -L \omega \cos \alpha \vec{u}_y - L \omega \sin \alpha \vec{u}_x$$

$$\Rightarrow \omega = -\dot{\alpha}$$

Cas d'une roue sur le sol

On considère une roue circulaire de centre C de rayon R qui roule sans glisser (c'est-à-dire sans déraiper) sur une route horizontale : lorsque la roue fait un tour le point C avance de $2\pi R$.

Retrouver ce résultat en écrivant que la vitesse du point de contact I de la roue avec le sol est nulle dans le cas d'un roulement sans glissement.



$$\vec{\Omega} = \omega \vec{u}_y$$

$$\vec{v}_C = \dot{x} \vec{u}_x$$

I est un point lié à la roue, on a donc :

$$\begin{aligned} \vec{v}_I &= \vec{v}_C + \vec{\Omega} \wedge \vec{CI} \\ &= \dot{x} \vec{u}_x + \omega \vec{u}_y \wedge (-R \vec{u}_z) \\ &= (\dot{x} - R\omega) \vec{u}_x \end{aligned}$$

Dans le cas d'un roulement sans glissement :

$$\vec{v}_I = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_I = \vec{0} \quad \text{soit} \quad \dot{x} = R\omega$$

$$\frac{dx}{dt} = R \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 2\pi R \quad \text{lorsque } \theta \text{ varie de } 2\pi$$

Cône de frottement

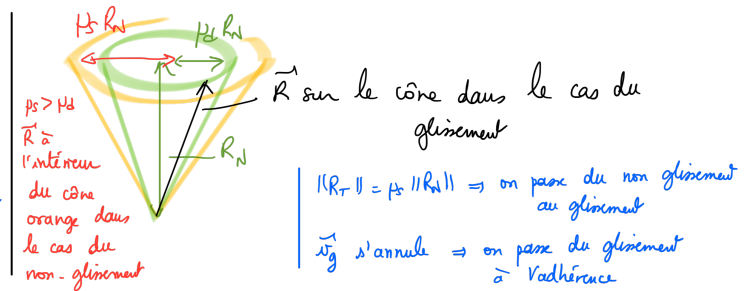
1. Écrire les lois de Coulomb dans le cas du glissement et du non glissement. On distinguera les coefficients de frottements statiques et dynamiques.
2. Montrer que les lois de Coulomb indiquent que le vecteur $\vec{R}$ est à l'intérieur d'un cône ou à la surface d'un cône suivant les cas. Comment passe-t-on d'une situation à l'autre ?

Cas du glissement

$$\begin{aligned} \# \quad \|\vec{R}_T\| &= \mu_d \|\vec{R}_N\| \\ &\text{coef. de frottement} \\ &\text{dynamique} \\ \# \quad \vec{R}_T &\text{ opposé à } \vec{v}_g \end{aligned}$$

Cas du non glissement

$$\begin{aligned} \# \quad \vec{v}_g &= \vec{0} \\ \# \quad \|\vec{R}_T\| &< \mu_s \|\vec{R}_N\| \\ &\subset \text{coef. de frottement} \\ &\text{statique} \end{aligned}$$

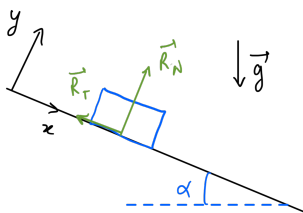


Mesure des coefficients de frottement

Nous ferons 2 expériences en TP afin de mesurer les coefficients de frottement statique et dynamique.

On pose un objet parallélépipédique sur une surface plane inclinable.

Montrer que la mesure de l'angle limite pour lequel on observe le glissement de l'objet permet de mesurer un des deux coefficients (préciser lequel).



Dans le cas où l'objet est à l'équilibre (non-glissement) :

$$\vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} R_N = m g \cos \alpha \\ R_T = m g \sin \alpha \end{cases} \quad \text{et } R_T < \mu R_N$$

À la limite du glissement (on augmente progressivement α jusqu'à observer le glissement) :

$$\begin{cases} R_N = m g \cos \alpha_0 \\ R_T = m g \sin \alpha_0 \\ R_T = \mu_s R_N \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \sin \alpha_0 &= \mu_s \cos \alpha_0 \\ \text{soit } \tan \alpha_0 &= \mu_s \end{aligned}$$

On mesure le coefficient de frottement statique.