

Modèle de l'électron élastiquement lié

On utilise le modèle de Thomson de l'atome : on assimile un atome à une boule de rayon a de charge $+e$ uniformément répartie en volume dans laquelle se déplace un électron de charge $-e$. L'atome est ainsi globalement neutre. *Ce modèle a été mis en défaut par l'expérience de Rutherford qui a mis en évidence le fait que l'atome est globalement vide : le noyau portant la charge positive a une dimension de l'ordre $10^{-15}m$ très inférieure aux dimensions de l'atome (environ $10^{-10}m$).*

On veut montrer que l'électron subit une force électrostatique qui s'écrit sous la forme :

$$\vec{F} = -kr\vec{u}_r$$

Déterminer l'expression de k en fonction des paramètres du système et de ε_o . Il faut pour cela exprimer le champ électrique à l'intérieur de la boule.

Énergie potentielle d'un ensemble de charges ponctuelles

On considère un ensemble de charges ponctuelles $\{q_i\}$ placées aux points M_i .

On définit l'énergie potentielle de cette distribution comme étant le travail total fourni par un opérateur pour amener les charges $\{q_i\}$ depuis un état initial où elles sont à l'infini les unes des autres vers leurs positions finales respectives M_i .

1 - Quel est le travail à fournir pour amener la charge q_1 en M_1 (sachant que les autres charges sont infiniment loin) ?

2 - On amène ensuite la charge q_2 en M_2 . Quel est l'énergie potentielle initiale de q_2 lorsqu'elle est à l'infini ? Quelle est son énergie potentielle finale ? En déduire l'expression de la variation d'énergie potentielle lors de cette première étape.

3 - Reprendre le raisonnement pour la charge q_3 et en déduire l'expression de l'énergie potentielle de la distribution de charge. Vérifier que celle-ci peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_o M_i M_j}$$

Énergie potentielle d'une boule uniformément chargée

On reprend le raisonnement vu pour la distribution de charges ponctuelles $\{q_i\}$. On cherche cette fois le travail fourni par un opérateur pour amener des "couches de charges" depuis l'infini pour construire une boule de rayon a et de charge q uniformément répartie en volume. On note :

$$\rho = \frac{3q}{4\pi a^3}$$

1 - On considère une étape intermédiaire de la construction : la boule a un rayon $r < a$. Déterminer l'expression du champ $\vec{E}$ puis du potentiel $V(\tilde{r})$ créé par cette boule en un point tel que $\tilde{r} > r$. Vérifier que pour $\tilde{r} \rightarrow r$ on a :

$$V(r) = \frac{q(r)}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\rho r^2}{3\epsilon_0}$$

2 - On souhaite augmenter le volume de la boule de façon à faire passer son rayon de r à $r + dr$. À quel volume de matière de densité volumique de charge ρ cette variation correspond-elle ?

3 - En déduire que la variation d'énergie potentielle lors de cette étape est :

$$dE_p = \frac{4\pi\rho^2}{3\epsilon_0} r^4 dr$$

4 - En déduire l'énergie potentielle d'une boule de charge q et de rayon a .

Condensateur sans théorème de superposition ?

Dans la démonstration du cours, on a utilisé le théorème de superposition pour établir l'expression du champ électrique créé par un condensateur plan. Existe-t-il une autre méthode ?

On considère dans un premier temps un condensateur plan constitué de deux armatures parallèles de surface S portant les charges surfaciques de charges $+\sigma_o$ et $-\sigma_o$. On néglige les effets de bord : on peut ainsi considérer que les armatures sont infinies et que le problème est invariant par translation suivant $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$ (en notant $\vec{u}_z$ le vecteur normal aux armatures).

- 1** - Faire une étude des symétries et justifier que $\vec{E} = E(z)\vec{u}_z$ avec $E(z)$ fonction paire de z .
- 2** - Justifier à l'aide de l'équation de Maxwell-Gauss que $E(z)$ est alors connu en tout point à une constante près. Représenter l'allure de $E(z)$.
- 3** - Le théorème de Gauss vous permet-il maintenant de trouver $E(z)$?

On considère cette fois un condensateur cylindrique constitué de deux armatures cylindriques de même axe de révolution (Oz) de rayons R_1 et $R_2 > R_1$. On néglige les effets de bord : la hauteur H des cylindres est très grande devant la distance $R_2 - R_1$.

Le cylindre intérieur porte la densité surfacique de charge $\sigma_1 > 0$ et le cylindre extérieur σ_2 négative.

- 1** - Faire une étude des invariances et des symétries du système.
- 2** - Déterminer le champ $\vec{E}$ entre les armatures en utilisant le théorème de Gauss.

Force subie par une armature du condensateur

Un condensateur plan est constitué de deux plaques de charges opposées : si on ne les maintenait pas à une distance d , les deux plaques tendraient à se coller l'une à l'autre.

Dans ce qui suit les deux armatures du condensateur ont une surface S et sont perpendiculaires à l'axe (Oz) .

1 - Déterminer l'expression de la force subie par l'électrode positive dans le champ créé par l'électrode négative.

2 - Quel est le travail δW de cette force lorsqu'on déplace l'électrode d'une distance dz ?

3 - En déduire l'expression de l'énergie potentielle $\mathcal{E}_p$ du système. Vérifier que :

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$