

Estimer le nombre d'électrons de conduction par unité de volume

1 - On considère un conducteur métallique (du cuivre par exemple). On suppose qu'un électron de conduction est associé à chaque atome de cuivre.

Estimez le nombre d'électrons de conduction à l'aide des ordres de grandeurs suivants :

- Méthode 1 : on fait l'hypothèse que le cuivre cristallise dans une maille cubique de dimension de l'ordre de 10^{-10}m avec 1 atome par maille.
- Méthode 2 : on estime la masse volumique du cuivre à environ 6.10^3kg.m^{-3} , et sa masse molaire est de l'ordre de 60g.mol^{-1} .

2 - Sur le même principe, estimer le nombre d'ions par unité de volume pour une concentration molaire de $0,1\text{ mol/L}$ en ions sodium Na^+ .

Définition de $\vec{j}$

On note $\vec{v}$ la vitesse d'ensemble des porteurs de charges dans un conducteur comportant n porteurs de charge q par unité de volume.

Soit dS une section élémentaire du conducteur (suffisamment petite pour que $\vec{v}$ soit considérée comme uniforme autour de dS).

1 - On considère tout d'abord que la section dS est orthogonale à $\vec{u}_x$ et que $\vec{v} = v \vec{u}_x$.

Montrer que la quantité de charges dq traversant dS entre les instants t et $t + dt$ s'écrit :

$$dq = n q v dS dt$$

2 - Vérifier que le cas où l'orientation relative de $\vec{v}$ et $d\vec{S}$ (vecteur de norme dS , orthogonal à la surface dS) est quelconque, cette relation devient :

$$dq = n q \vec{v} \cdot d\vec{S} dt$$

Ordres de grandeur

On considère un fil de cuivre de section $s = 1\text{mm}^2$, parcouru par un courant d'intensité $i = 1\text{A}$. Donner un ordre de grandeur de j , ρ_m et v . Comparer la vitesse d'ensemble des porteurs de charges à la vitesse d'agitation thermique à température ambiante. On donne :

$$n = 10^{29} \text{ m}^{-3} ; k_B = 1,4 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1} ; m_e = 10^{-30} \text{ kg}$$

Démonstration de l'équation de conservation de la charge

On considère un système $\mathcal{D}$ de surface $\mathcal{S}$. On note $d\vec{S}$ le vecteur normal à $\mathcal{S}$, orienté de l'intérieur vers l'extérieur de $\mathcal{D}$.

1 - Traduire à l'aide de 3 intégrales le bilan de charge ci-dessous :

$$\text{Charge dans } \mathcal{D} \text{ à } t + dt = \text{Charge dans } \mathcal{D} \text{ à } t - \text{Charge sortie à travers } \mathcal{S} \text{ entre } t \text{ et } t + dt$$

2 - Regrouper ces trois intégrales en une intégrale sur $\mathcal{D}$ à l'aide du théorème de Green - Ostrogradski.

3 - En déduire l'équation locale de conservation de la charge :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}) = 0$$

Ordre de grandeur

Estimer la résistance d'une bobine de 500 spires circulaires de rayon $r = 3\text{cm}$, pour un fil de cuivre ($\gamma = 6.10^7\text{S.m}^{-1}$) de section $s = 1\text{mm}^2$

Modèle de Drüde

On considère un conducteur ohmique comportant n électrons de conduction par unité de volume. Ces électrons sont mis en mouvements par un champ électrostatique $\vec{E}$. On modélise l'interaction entre les électrons de conduction (mobiles, de masse m) et les ions fixes constituant le réseau cristallin par une force de frottement fluide :

$$\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$$

- 1** - Déterminer la vitesse d'ensemble $\vec{v}$ des électrons de conduction en régime permanent en fonction de m , τ et $\vec{E}$.
- 2** - En déduire l'expression de la conductivité γ du matériau en fonction de n , e et τ .
- 3** - Pour le cuivre $\gamma = 6.10^7\text{S.m}^{-1}$, calculer l'ordre de grandeur de τ (on donne $m \simeq 10^{-30}\text{ kg}$, $n \simeq 10^{29}\text{m}^{-3}$).