

Lien entre la force de Lorentz et la force de Laplace

On considère un conducteur cylindrique de section $\mathcal{S}$. Ce conducteur comporte n porteurs de charges par unité de volume (charge q , vitesse d'ensemble $\vec{v}$). Ce conducteur est placé dans une zone où règne un champ magnétique $\vec{B}$.

Déterminer la résultante $d\vec{R}$ des forces de Lorentz subies par les charges q contenues dans un volume élémentaire $d\tau$.

Écrire $d\vec{R}$ en fonction de $\vec{j}$.

Propriété d'un champ à flux conservatif

On a vu que le champ magnétique $\vec{B}$ est à flux conservatif :

$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0$$

Déduire de cette propriété les deux affirmations suivantes :

- Un tube de champ transporte un flux constant.
- Le flux de $\vec{B}$ à travers toute surface s'appuyant sur un même contour $\mathcal{C}$ est identique.

On se ramènera pour cela à l'étude d'une surface fermée.

Exploitation de l'équation de conservation de la charge

On peut montrer en écrivant la relation en coordonnées cartésiennes que pour tout champ de vecteurs $\vec{A}$:

$$\operatorname{div}(\vec{\operatorname{rot}} \vec{A}) = 0$$

Lorsqu'on applique l'opérateur divergence à l'équation de Maxwell-Ampère, on obtient :

$$\operatorname{div}(\vec{\operatorname{rot}} \vec{B}) = \operatorname{div}(\mu_o \vec{j}) \Rightarrow \operatorname{div}(\vec{j}) = 0$$

Proposer une modification de l'équation de Maxwell-Ampère qui permettent de retrouver l'équation de conservation de la charge en régime variable lorsqu'on applique l'opérateur divergence :

$$\operatorname{div}(\vec{\operatorname{rot}} \vec{B}) = \dots \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{j}) = 0$$

Inductance propre d'un solénoïde

On a montré que le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde infini est uniforme et que :

$$\vec{B} = \mu_o n i$$

En déduire l'expression de l'inductance propre L d'une section de longueur H de solénoïde.

Dipôle magnétique

1 - Construire une grandeur ayant la dimension d'un moment magnétique à l'aide des constantes ci-dessous :

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} , \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg} , \quad \hbar = 1 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$$

La valeur obtenue est - à une constante près - appelée magnéton de Bohr. Elle donne un ordre de grandeur du moment magnétique à l'échelle atomique.

2 - Dans un aimant, les différents moments magnétiques atomiques s'ajoutent et on peut associer un moment magnétique global à l'aimant. En considérant un matériau comportant 10^{29} atomes par unité de volume, estimer le moment magnétique d'un aimant de 10^{-7}m^3 ($1 \text{cm} \times 1 \text{cm} \times 1 \text{mm}$). On pourra retenir qu'un bon ordre de grandeur du moment magnétique d'un aimant (même si il varie beaucoup d'un aimant à un autre) est environ 1 A.m^2 .

Dipôle dans un champ B : induction

1 - On considère une bobine circulaire plate comportant N spires, pouvant tourner autour d'un de ses diamètres noté (Oz) . Elle est placée dans une zone où règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme perpendiculaire à (Oz) . Déterminer l'action de Laplace subie par la bobine en l'assimilant à un dipôle magnétique.

2 - On considère une boussole placée dans le champ magnétique terrestre. Montrer que si on écarte la boussole de sa position d'équilibre, elle va osciller avec une période propre T_0 qui dépend de la valeur du champ magnétique terrestre.

Inductance mutuelle

On cherche le coefficient d'inductance mutuelle M entre une spire de rayon a , d'axe (Oz) , parcourue par un courant i_o et une spire de rayon $b \ll a$, d'axe (Oz) également, parcourue par un courant i . Les deux spires sont distantes de d , la petite spire est placée en O .

Déterminer M en assimilant la petite spire à un dipôle magnétique de moment $\vec{\mathcal{M}}$. On rappelle l'expression du champ magnétique créé par un dipôle :

$$B_r = \frac{2\mu_o\mathcal{M}\cos(\theta)}{4\pi r^3} ; B_\theta = \frac{\mu_o\mathcal{M}\sin(\theta)}{4\pi r^3} ; B_\varphi = 0$$