

Relation de dispersion

On a obtenu l'équation de propagation :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_o \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}$$

Reprendre les hypothèses du cours et déduire $\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}$ du PFD appliqué à un électron.
Retrouver alors la relation de dispersion.

Ordre de grandeur

Estimer ω_p et f_p pour la ionosphère. On donne :

$$n = 10^{10} \text{m}^{-3} ; m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg} ; \varepsilon_o = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{F.m}^{-1}$$

Situer le résultat dans le spectre électromagnétique.

Expérience de Marconi

Faire un schéma illustrant la première liaison transatlantique en 1901 (fréquences de l'ordre de la centaine de kHz).

Vitesse de propagation du paquet d'ondes

On considère un paquet d'ondes :

$$\vec{E}(z, t) = \int_0^\infty g(\omega) e^{i(\omega t - kz)} d\omega \vec{u}_x$$

avec $g(\omega)$ fonction à valeurs réelles positives, non nulle sur une largeur $\delta\omega$ autour de la pulsation ω_o .

Montrer à l'aide d'un développement de Taylor à l'ordre 1 que le champ $\vec{E}$ s'écrit :

$$\vec{E}(z, t) = e^{i(\omega_o t - k_o z)} \int_0^\infty g(\omega) e^{i((\omega - \omega_o)(t - z/v_g))} d\omega \vec{u}_x$$

Le signal est de la forme : OPPH à ω_o * enveloppe. La partie réelle de cette enveloppe est donnée par :

$$e(z, t) = \int_0^\infty g(\omega) \cos((\omega - \omega_o)(t - z/v_g)) d\omega$$

- Que vaut $e(t)$ pour $t - z/v_g = 0$?
- Que vaut $e(t)$ pour $t - z/v_g$ suffisamment grand ?
- Conclusion.

Vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique dans le plasma

On se place dans le cas où $\omega > \omega_p$. On a dans le plasma :

$$\vec{v}_- = \frac{-e}{mi\omega} \vec{E}$$

$$\vec{E} = E_o e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x$$

$$\vec{B} = \frac{kE_o}{\omega} e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_y$$

avec $k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ et $\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\epsilon_o}$

1. Déterminer $\langle \vec{\Pi} \rangle$.
2. Déterminer $\langle u \rangle$ et $\langle e_c \rangle = n \frac{1}{2} m \langle v_-^2 \rangle$ valeur moyenne de la densité volumique en énergie cinétique des électrons.
3. Vérifier que :

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = (\langle u \rangle + \langle e_c \rangle) v_g \vec{u}_z$$

Commenter.