

Modèle de Drüde

Les deux régimes suivant valeur de la fréquence. Lien fréquence plasma / plasmon ?

Modèle classique qui permet de décrire le mouvement des électrons de conduction dans un matériau conducteur ^a. On considère que le métal est composé d'un ensemble d'ions supposés fixes (car plus lourds), qui constituent le réseau cristallin, et d'un gaz d'électrons de conduction libres de se déplacer. L'interaction entre les ions du réseau et les électrons est modélisée par une force de frottement fluide :

$$\vec{f}_v = -\frac{m_e}{\tau} \vec{v}$$

Le temps τ correspond ici à la durée entre deux collisions entre un électron et un ion du réseau, τ est de l'ordre de 10^{-14} s. La vitesse $\vec{v}$ correspond ici à la vitesse d'ensemble des électrons et on écrira :

$$\vec{j} = -ne\vec{v}$$

Le nombre d'électrons de conduction par unité de volume n est de l'ordre de 10^{29}m^{-3} : il est beaucoup plus élevé que dans les plasmas.

Sous l'action d'un champ électrique extérieur (et en négligeant la force magnétique), on peut écrire :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \frac{m_e}{\tau} \vec{v}$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{v}} = \frac{-e/m_e}{\frac{1}{\tau} + i\omega} \underline{\vec{E}}$$

On distingue deux situations :

— À basse fréquence : $\omega \ll \frac{1}{\tau}$:

$$\vec{v} = \frac{-e\tau}{m_e} \vec{E}$$

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m_e} \vec{E}$$

On retrouve la loi d'Ohm locale avec une conductivité :

$$\gamma = \frac{ne^2\tau}{m_e}$$

On peut calculer un ordre de grandeur (on rappelle $\gamma = 6.10^7 \text{S.m}^{-1}$ pour le cuivre) :

$$\gamma \simeq \frac{10^{29} \cdot 10^{-38} \cdot 10^{-14}}{10^{-30}} = 10^7 \text{S.m}^{-1}$$

On obtient ainsi le domaine de validité de la loi d'Ohm locale : $f \ll 10^{14} \text{ Hz}$.

— Dans le cas contraire (on arrive dans les fréquences optiques), on peut négliger le terme en $1/\tau$ et on retrouve une situation analogue à celle du plasma avec $\omega_p \simeq 10^{16} \text{rad.s}^{-1}$ plus élevée que dans le cas de la ionosphère (car n est beaucoup plus grand) : cela permet d'interpréter la réflexion de la lumière visible sur un métal et la transparence des métaux dans l'ultra-violet ($\lambda_p \simeq 1.10^{-7} \text{nm}$).

^a. Il faudrait en réalité tenir compte des effets quantiques, mais le modèle de Drude donne de bons résultats.

Conducteur globalement neutre

Conservation de la charge

Résolution de l'équation de propagation

On reprend l'équation différentielle vérifiée par $\vec{j}$:

$$\Delta \vec{j} - \mu_o \gamma \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \vec{0}$$

On choisit de chercher $\vec{j}$ sous la forme d'une OPPM :

$$\vec{j} = j_o(t) e^{i\omega t} \vec{u}_x$$

Champ électromagnétique dans le conducteur.

On donne :

$$\vec{j}(z, t) = j_o e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta) \vec{u}_x$$

En déduire les expressions des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans le conducteur.

Vérifier que :

$$\frac{B}{E/c} \gg 1$$

Valeur moyenne de l'équation de Poynting

On applique l'opération valeur moyenne à l'équation de Poynting

Densité volumique en énergie

Comparons les ordres de grandeur de u_{mag} et u_{el} .

$$\frac{\frac{B^2}{2\mu_o}}{\frac{\varepsilon_o E^2}{2}} \simeq \frac{c^2}{\delta^2 \omega^2}$$

En remplaçant δ^2 , on trouve :

$$\frac{u_{mag}}{u_{el}} \simeq \frac{c^2 \mu_o \gamma}{2\omega}$$

Ce rapport est très grand devant 1 dans le domaine de fréquence correspondant au cadre de l'étude (validité de la loi d'Ohm locale). Ici, on a étudié le problème en gardant la même approche que pour le plasma. On aurait pu traiter la même question en considérant un matériau de conductivité γ placé dans un champ magnétique $\vec{B}(t)$: il apparaît $\vec{E}$ puis $\vec{j}$: c'est un problème d'induction dans le cas d'un conducteur non filiforme.

Valeur moyenne de l'équation de Poynting

On applique l'opération valeur moyenne à l'équation de Poynting

Courant surfacique

Déterminer le courant surfacique $\vec{j}_s$ lors de la réflexion sous incidence normale d'une OPPM. On donne :

$$\vec{E} = E_o e^{i(\omega t - k \cdot z)} \vec{u}_x - E_o e^{i(\omega t + k \cdot z)} \vec{u}_x$$

Densité volumique en énergie électromagnétique

$$u_{em} = \varepsilon_o \frac{E_1^2}{2} + \frac{B_1^2}{2\mu_o}$$

$$\langle u_{em} \rangle = \varepsilon_o E_{oi}^2 \sin^2(kz) + \frac{E_{oi}^2}{\mu_o c} \cos^2(kz) = \varepsilon_o E_{oi}^2$$

L'énergie électromagnétique est en moyenne uniformément répartie dans tout l'espace ce qui donnerait une énergie infinie du côté $z < 0$ (il faut se ramener à l'étude d'un paquet d'ondes pour ne plus avoir ce problème).

Incidence oblique

Cas réflexion incidence oblique + lois de Descartes

Guide d'onde

Déterminer v_φ , v_g , $\vec{B}$ et la valeur moyenne du vecteur de Poynting.

Conditions aux limites

Cas $-L/2$ $L/2$

Cavité 3 D

prévision des modes propres

Corde de guitare

Lien entre condition initiale et combinaison modes propres