1. Tracer le diagramme asymptotique

Exemple : asymptote à basse fréquence - Filtre passe haut

$$\underline{H} = \frac{H_o j \frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$$

On cherche un équivalent de $\underline{H}$ pour $\omega \to 0$:

$$\underline{H} \simeq \frac{\dots}{\dots}$$

On garde le terme le plus grand dans chaque cas :

$$\underline{H} \simeq \frac{H_o j \frac{\omega}{\omega_o}}{1}$$

On en déduit :
- le gain :

$$G_1 = |\underline{H}| = H_o \frac{\omega}{\omega_o}$$

- le gain en dB :

$$G_{dB1} = 20\log(G_1) \Rightarrow G_{dB1} = 20\log\left(\frac{H_o}{\omega_o}\right) + 20\log(\omega)$$

Asymptote à + 20dB/décade ici

- la phase :

$$\varphi_1 = \arg(\underline{H}) \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$

Application : faire la même chose pour l'asymptote $\omega \to +\infty$.

2. Fréquence de coupure à -3dB

Définition : il s'agit de la fréquence pour laquelle

$$G = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow G_{dB} = G_{dB,max} - 3\ dB$$

À partir de la fonction de transfert - Exemple d'un filtre passe bas

$$\underline{H} = \frac{H_o}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$$

On détermine G :

$$G = \frac{H_o}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_o^2}}}$$

On a ici :

$$G_{max} = H_o$$

$$G = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{\omega^2}{\omega_o^2} = 1$$

La pulsation de coupure est donc égale à ω_o pour un filtre passe bas d'ordre 1. La fréquence de coupure :

$$f_c = \frac{\omega_o}{2\pi}$$

Détermination expérimentale : passe bas d'ordre 1, passe haut d'ordre 1, passe bande : plusieurs méthodes sont alors possibles.

- On se place dans un domaine de fréquence pour lequel le gain est maximum. On mesure l'amplitude de la tension d'entrée $U_{s,max}$. On calcule la valeur de $U_{s,max}/\sqrt{2}$. On cherche la/les fréquence(s) pour laquelle (lesquelles) $U_s = U_{s,max}/\sqrt{2}$ (sans toucher à l'amplitude du signal d'entrée U_e). Pour gagner du temps, on peut régler le générateur pour avoir :

$$U_{s,max} = 14\text{V} \Rightarrow U_{s,max}/\sqrt{2} = 10\text{V}$$

$$\text{ou } U_{s,max} = 3 \text{ carreaux} \Rightarrow U_{s,max}/\sqrt{2} = 2 \text{ carreaux}$$

- On trace le diagramme de Bode. La fréquence de coupure correspond à l'intersection des asymptotes dans le cas des filtres passe-bas d'ordre 1 et passe-haut d'ordre 1.
- On cherche la ou les valeurs de la fréquence donnant un déphasage de $\pm\pi/4$.

3. Mesurer un déphasage

On considère deux signaux sinusoïdaux de même fréquence f déphasés de φ :

$$u_e(t) = U_e \cos(2\pi f t)$$

$$u_s(t) = U_s \cos(2\pi f t + \varphi)$$

Première méthode : à partir des courbes donnant $u_e(t)$, $u_s(t)$:

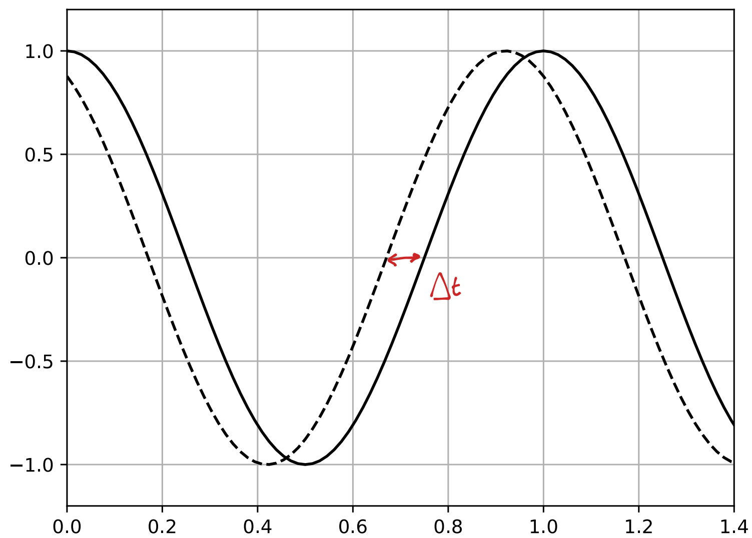


FIGURE 1 – (–)$u_e(t)$, (- -) $u_s(t)$

On détermine le signe de φ en observant les courbes. Sur l'exemple précédent, $u_s(t)$ est translatée vers les t négatifs par rapport à $u_e(t)$: on a donc $\varphi > 0$, u_s est en avance sur u_e. La valeur du déphasage s'obtient en mesurant le décalage temporel Δt entre les deux courbes :

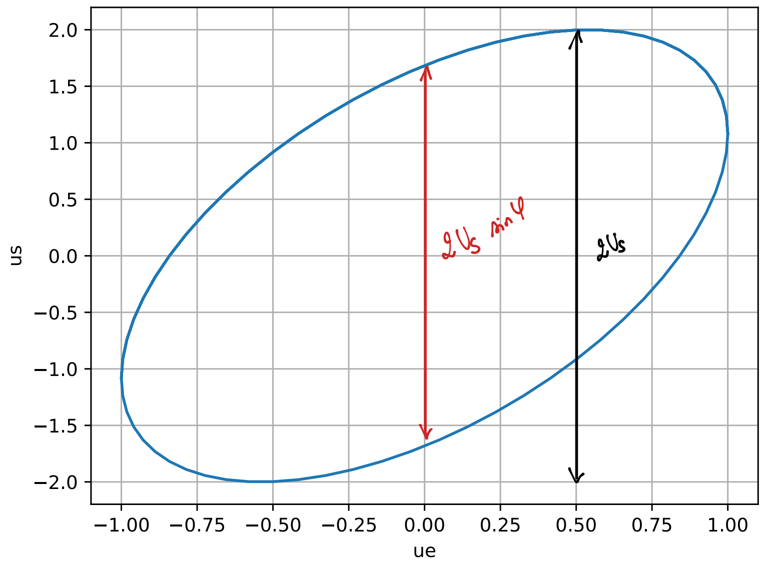
$$|\varphi| = 2\pi f \Delta t$$

Deuxième méthode : on utilise le mode XY de l'oscilloscope. Le signal CH2 (ici $u_s(t)$) passe en Y et le signal CH1 ($u_e(t)$) correspond aux abscisses X.

On considère les instants t tels que $u_e(t) = 0$. On a alors $2\pi f t = \pi/2[\pi]$ et :

$$u_s(t) = U_s \cos(\pm\pi/2 + \varphi) \Rightarrow u_s(t) = \pm U_s \sin(\varphi)$$

On peut alors lire les valeurs de $2U_s$ et $2U_s|\sin(\varphi)|$ sur la courbe et en déduire la valeur de $|\sin(\varphi)|$. Cette méthode ne permet pas de déterminer le signe de φ. Elle est intéressante pour identifier les situations où $\varphi = 0[\pi]$ (l'ellipse est alors totalement aplatie et on observe un segment de droite).



4. Déterminer le facteur de qualité Q d'un filtre

Filtre passe bande : La forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bande s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{H_o}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)}$$

— La pulsation $\omega_o = 2\pi f_o$ correspond à la valeur donnant un gain maximum $G_{max} = H_o$.
— Les deux fréquences de coupures f_{c1} et f_{c2} pour lesquelles $G = G_{max}/\sqrt{2}$ permettent de définir la bande passante $\Delta f = f_{c2} - f_{c1}$.
— Le facteur de qualité Q est lié à f_o et Δf par la relation :

$$\Delta f = \frac{f_o}{Q}$$

Un grand facteur de qualité correspond à une faible bande passante.

Filtre passe bas d'ordre 2 : il n'est pas explicitement au programme de MPI mais on peut retenir quelques idées générales.

$$\underline{H} = \frac{H_o}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_o^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_o}}$$

Lorsque le facteur de qualité est suffisamment grand, on observe :
— une résonance (maximum d'amplitude de u_s) : $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$

— pour $\omega_r \simeq \omega_o$: $Q > 2$

— avec dans ce cas :

$$\underline{H}(\omega_r) \simeq \underline{H}(\omega_o) = \frac{H_o Q}{j}$$

On obtient Q en comparant la valeur du gain à basse fréquence ($\omega \to 0$, $G \to H_o$) et la valeur du gain à la résonance ($G_{max} = H_o Q$).