

Thermo - TD2 - Premier principe

Exercice 1 - Influence du chemin suivi

Objectif de l'exercice : Dans le premier principe on n'utilise pas la même notation de part et d'autre du signe "=". En particulier, la notation ΔU indique que la variation de l'énergie interne U ne dépend pas des transformations effectuées pour aller de l'état d'équilibre initial à l'état d'équilibre final. Nous allons le vérifier sur cet exemple.

Une mole de dioxygène assimilé à un gaz parfait diatomique de capacité thermique molaire :

$$C_{v,m} = \frac{5}{2}R$$

subit une détente qui la fait passer d'un volume $V_1 = 10 \text{ L}$ à $\theta_1 = 25^\circ\text{C}$ à un volume $V_2 = 50 \text{ L}$ à $\theta_2 = 100^\circ\text{C}$. On envisage deux chemins possibles : un chauffage isochore suivi d'une détente isotherme ou une détente isotherme suivie d'un chauffage isochore.

1. Représenter ces transformations supposées quasistatiques dans un diagramme de Clapeyron (P en ordonnée, V en abscisse).
2. Exprimer dans les deux cas la chaleur Q et le travail W reçus par le système.
3. Vérifier que la somme $Q + W$ est identique pour les deux transformations. *Pour vérifier votre résultat pensez à utiliser $\Delta U = nC_{v,m}\Delta T$ pour un gaz parfait.*

Exercice 2 - Cycle d'un gaz parfait

Une mole de gaz parfait diatomique de capacité thermique à volume constant molaire :

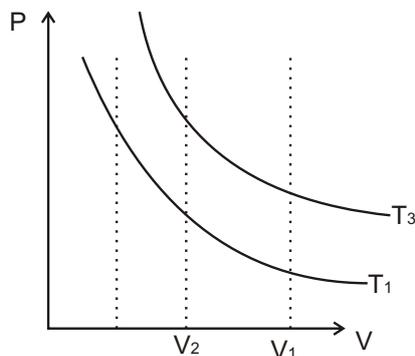
$$C_{vm} = \frac{5}{2}R$$

subit le cycle de transformations suivant entre les états d'équilibre 1, 2, 3 et 4 :

- compression $1 \rightarrow 2$ isotherme réversible à la température $T_1 = 300\text{K}$,
- échauffement $2 \rightarrow 3$ isochore jusqu'à l'état 3 de température $T_3 = 600\text{K}$,
- détente $3 \rightarrow 4$ isotherme réversible à la température T_3 ,
- refroidissement $4 \rightarrow 1$ isochore jusqu'à l'état 1.

On note V_1 le volume à l'état 1 et V_2 le volume à l'état 2, $\rho = \frac{V_1}{V_2}$ le rapport de compression.

En fin de sujet, on trouvera un tableau avec les valeurs numériques nécessaires aux applications numériques demandées. *Pour vous aider, il est recommandé de compléter les valeurs manquantes au fil des questions.*



1. Justifier rapidement $\rho > 1$.

2. On a représenté sur la figure précédente les isothermes T_1 et T_3 pour le gaz parfait considéré dans un diagramme (P,V). Justifier l'allure des isothermes ainsi que leurs positions respectives.
3. Compléter le cycle de transformations 1-2-3-4 sur le diagramme (P,V).
4. Donner l'expression de la pression P_3 en fonction de P_2, T_1, T_3 .
5. On considère la transformation $1 \rightarrow 2$. Déterminer le travail W_{12} reçu par le système au cours de cette transformation, puis donner son expression en fonction de ρ . Justifier son signe. Déduire du premier principe l'expression du transfert thermique Q_{12} . Pourquoi ne peut-on pas avoir $Q = 0$ pour une compression isotherme ?
6. On considère la transformation $2 \rightarrow 3$. Déterminer le travail W_{23} reçu par le système au cours de cette transformation. Déduire du premier principe l'expression du transfert thermique Q_{23} et justifier son signe.
7. On considère la transformation $3 \rightarrow 4$. Déterminer le travail W_{34} reçu par le système au cours de cette transformation, puis donner son expression en fonction de ρ . Justifier son signe. Déduire du premier principe l'expression du transfert thermique Q_{34} .
8. On considère la transformation $4 \rightarrow 1$. Déterminer le travail W_{41} reçu par le système au cours de cette transformation. Déduire du premier principe l'expression du transfert thermique Q_{41} et justifier son signe.
9. Reproduire alors le tableau de données regroupant l'ensemble des travaux et transferts thermiques et compléter les valeurs manquantes.
10. En déduire l'expression du travail total W_{tot} . Le cycle envisagé est un cycle moteur et on doit avoir $W_{tot} < 0$, vérifier que votre résultat est en accord avec cette donnée. Déduire du tableau la valeur numérique de W_{tot} .
11. On définit alors le rendement du cycle par le rapport :

$$r = \frac{-W_{tot}}{Q_+}$$

avec Q_+ somme des transferts thermiques positifs lors du cycle. En déduire la valeur numérique de r pour le cycle envisagé .

Données numériques :

Transformation	1 \rightarrow 2	2 \rightarrow 3	3 \rightarrow 4	4 \rightarrow 1
W (kJ)	1,7
Q(kJ)	...	6,3	3,5	...

Exercice 3 - Transformation brutale d'un gaz parfait

Deux variantes pour cet exercice : ici le gaz est comprimé et se détend "brutalement" lorsqu'on enlève la butée fixant le piston. On peut reprendre les mêmes questions en considérant un gaz à P_o comprimé brutalement par ajout d'une masse M .

Soit un gaz assimilé à un gaz parfait monoatomique contenu dans un cylindre horizontal parfaitement isolé thermiquement dans les conditions initiales ($2P_o, V_o, T_o$). La pression extérieure est égale à P_o et le piston qui assure la fermeture du cylindre est bloqué par une butée. On enlève la butée, le piston étant désormais libre de se déplacer sans frottement. Le gaz se détend brusquement et le piston oscille puis se stabilise à sa position d'équilibre. L'état d'équilibre final est caractérisé par P_f, V_f, T_f .

1. Que vaut la pression finale P_f ?
2. Donner les expressions de Q et W pour cette transformation. Exprimer les résultats en fonction des températures T_o et T_f .
3. En écrivant le premier principe déterminer la température T_f puis le volume V_f .

Exercice 4 - Évolution polytropique d'un gaz parfait

Nous verrons dans le chapitre 4 les caractéristiques des transformations adiabatiques réversibles. Lorsqu'on étudie une machine thermique, il peut être intéressant de remplacer ces transformations idéales par des transformations polytropiques. En jouant sur le coefficient k , on traduit l'écart entre la situation réelle et une situation idéale.

Pour modéliser une transformation réelle, on utilise fréquemment une transformation polyvalente définie par la relation $PV^k = \text{constante}$ appelée transformation polytropique. Selon la valeur donnée au coefficient k , il est possible de retrouver les transformations usuelles ou d'en définir de nouvelles. La transformation polytropique est mécaniquement réversible ($P = P_{ext}$ au cours de la transformation). Dans la suite, $k > 1$.

1. Représenter dans un diagramme de Clapeyron (P,V) une transformation isotherme et une transformation polytropique de coefficient $k > 1$. On fera apparaître leur point d'intersection.
2. On appelle A la constante : $PV^k = A$. Exprimer le travail élémentaire reçu au cours d'une évolution polytropique.
3. Intégrer ce travail lorsque le gaz passe d'un état (T_1, V_1, P_1) à un état (T_2, V_2, P_2) . *Ce calcul est un peu lourd. C'est le seul cas où le travail est un peu pénible à calculer.*
4. En écrivant $A = P_1 V_1^k$ ou $A = P_2 V_2^k$, vérifiez que ce résultat peut s'exprimer en fonction des températures T_1 et T_2 .
5. Une mole de gaz parfait subit une compression au cours de laquelle sa pression double à partir d'une température initiale $T_1 = 285\text{K}$. On mesure expérimentalement $T_2 = 362\text{K}$. Déterminer la valeur du coefficient k de la transformation polytropique compatible avec cette mesure.